TLCA未解決問題第20番

TLCA Open Problem 20

龍田　真
Makoto TATSUTA

何がわかる？

TLCA未解決問題第20番(遺伝的置換子の型理論による特徴付け)を解決しました。この問題集は、最も権威ある国際学会が、型理論に関する重要で困難な未解決問題を集めたものです。遺伝的置換子とは、関数の引数を並べ換えることにより新しい関数を得る操作を無限回入れ子にした操作を表す式です。

どんな研究？

銀行オンラインシステムや航空機の制御など巨大で複雑なソフトウェアが社会的に重要な役割を果たしている一方で、ソフトウェアは今だに人手で書いて生産されており品質が保証されません。ソフトウェア検証は、ソフトウェアが期待通りに動くことを数学に保証します。この定理はソフトウェア検証に大きな理論的貢献ができました。

型付きラムダ計算とは

ラムダ計算とは、1960 年代につくられた計算を扱うための理論で、いわば理想的抽象的プログラミング言語です。単純で数学的に扱い易い上に、十分な計算表現力をもち他の普通のプログラミングと同じだけの関数が表現できることが特色です。このため、ラムダ計算は、理論計算機科学の分野での最も基本的で重要な理論のひとつです。

型付きラムダ計算は、データの種類の表す概念である型の概念をラムダ計算に追加した計算モデルです。これは、現在よく使われるプログラミング言語の基礎理論として重要であり、また、数理論理学と本質的に同じものであり数学的にも重要です。

ラムダ項

(1)　x（変数)は、λ項
(2)　M が λ項なら、λx.M はλ項
(3)　M, N がλ項なら、MN はλ項

（例） λx.(xxx) は x が与えられると xxx を返す関数を意味する。(λx.(xxx))y は、この関数に x として引数 y を与えることを意味し、計算結果は yyy になる。

型付きラムダ計算

M : A により、ラムダ項 M が型 A に属することを表す
型 A→B は、型 A に属する入力を得て型 B に属する出力を返す関数の型を表す

TLCA未解決問題

TLCA とは Typed Lambda Calculi and Applications という型付きラムダ計算に関する国際会議の名前であり、同時に型付きラムダ計算の最も権威ある国際学会を指します。TLCA では、昨年、従来からある重要で困難な課題を集めて 22 題からなる未解決問題集をつくりました。

遺伝的置換子とは、関数の引数を並べ替えることにより新しい関数を得る操作を無限回入れ子にした操作を表すラムダ項です。例えば、関数 f(x,y,z) から関数 g(x,y,z) = f(y,z,x) を対応させる遺伝的置換子は λhxyz.hyzx で表されます。

TLCA 未解決問題第２０番

遺伝的置換子を特徴付ける型を与えよ。
すなわち、ある型理論 T とその型 A で次が成り立つものを与えよ：
M : A が T で証明できることと、M が遺伝的置換子であることが同等

未解決問題の解決

まず、遺伝的置換子全体が枚挙不可能であることを証明しました。このことは未解決問題に解が存在しないことを示しています。次に、最善解として、可算無限個の型による特徴付けを与えました。

これらの研究成果は、理論計算機科学と数理論理学の分野で最高権威である Logic in Computer Science という国際会議で発表する予定です。

定理 1
遺伝的置換子全体は枚挙不可能。

定理 2
M : An (n=1,2,3,…) が T で証明できることと、M が遺伝的置換子であることが同等

(Makoto Tatsuta, Types for Hereditary Permutators, Proceedings of Twenty-Third Annual IEEE Symposium on Logic in Computer Science (2008) 83–92.)

NII 連絡先： 龍田　真(Makoto Tatsuta)／ 国立情報学研究所　情報学プリンシプル研究系　教授
TEL : 03-4212-2552　　Email : tatsuta@nii.ac.jp