平成 24 年度　国立情報学研究所　市民講座　第 7 回
「大学生の数学力、なう―数学基本調査をよくみてみると？―」
講師：新井　紀子
（国立情報学研究所　情報社会相関研究系　教授）

◆　講　義　◆

皆さま、こんにちは。
本日、講師を務めさせていただきます国立情報学研究所の新井紀子です。

日本には日本数学会という組織があります。
日本数学会は、もちろん日本の数学者の会でもあるのですが、主として日本の大学で数学を教えている人々の組織だと思っていただければと思います。
私がこの日本数学会の教育委員会の委員長をしていた一昨年、ちょうど大震災の直後でしたが、主に入学直後、つまり入試を終えた直後の 1 年生を対象として、全国 50 に上る大学で、お手元に配付した大学生数学基本調査を実施しました。

ここで 5 分ぐらい時間を取って、こんな問題が出たのかと、その調査を少し眺めていただければありがたいと思います。
最初にアンケートが付いていますが、アンケートは置いておいて、本体の方は大問で言うと全部で 3 問、小問で 5 問という形式になっていますが、その問題を出しました。

その分析をして、ちょうど昨年 2 月の国立大学 2 次試験の当日の朝、結果を公表しました。
受験生を動揺させるためにわざとその日に公表したわけではなくて、たまたま重なってしまっただけです。
全国紙 3 紙に加え、日経新聞や産経新聞など、ほとんどすべての新聞で大きく取り上げられまして、一面で大きく報道した社も複数ありました。
社会の関心が大変高い問題でしたので、今日はそのお話を少ししたいと思っています。

お手元に配布した問題を見ていただければ分かるのですが、入試の問題のようなことは聞いていません。
大学入試ではもっともっと難しい問題が出ています。
大学入試センターというところで、今はアチーブメントの一斉試験を行っています。
今週末、今年の大学入試センター試験が行われます。
今日ご来場いただいている方は、一期校、二期校、あるいはそのちょっと下のセンター入試になる前の共通一次を受けられた世代の方が多いのかなと想像しますが、当時は数学 I 等は必修だったと思います。
しかし現在、センター入試になった後は、数学の入試は選択になっていて、入ってくる大学生の 5 割弱しか数学の入試を経ていない状態ではあります。

今回このお話をさせていただくに当たって、最初に申し上げておきます。
今回の調査は、数学以外は行われていないのですが、日本で行われた大学生に関しての広範囲な学力調査としては初めてのものです。ですので、20～30 年前ならもっとできたに違いないという話は分からないので、比較はしないでいただきたいのです。

もう一つは、最近の大学生は勉強しないのではないかというお話がよくありますが、私が教えている実感からしても、それは違います。
私が大学生だったころ、男子学生などは、学校に来るよりジャン荘にいるという話やクラブ活動を一生懸命しているという話があったのですが、今の大学生は大変よく授業に出席します。
出席率は過去とは比較にならないほど高いと思っていただいていいと思います。
授業態度がどうかということはまた別ですが、出てくるだけなら大変よく出てくるという状況ではないかと思っています。

今回問題にしたいのは、これから今の大学生が社会に出て、その人たちに稼いでもらって、社会保障も含めて、その人たちに私たちが期待して生きていく社会なのであるから、その人たちが本当に大学で学べるような状態にあるのかを主として調査したとご理解いただきたいということです。
つまり、若い人を責める、責めない、あるいは今の大学生はどうなのかという話ではなくて、皆さんと一緒にどういう環境を整えていけば、日本が競争力を再び獲得し得るのかという問題意識で考えていただければと思っております。

・スライド 2「基本データ」

この調査では、大学数は 50 と言いましたが、正確には 48 大学です。
調査クラスは 90 あり、対象者数は約 6,000 人と膨大な数で、普通調査としては非常に大規模な調査でした。
これまで行われた数学の学力等の調査は、比較的サンプルが偏っていました。
知り合いの先生に頼んで調査をしたりしますので、特定の大学での調査が多く、広範囲にわたって調査することができませんでした。
今回は、広い対象をサンプルにしたという意味では、画期的な調査だと思っています。

分類ですが、国 S、国公 A、国公 B と書いてありますが、国は国立大学の略で、国公は国公立大学、私は私立大学ということになります。
S、A、B というのは、上から偏差値で切ったときの分類です。
これは、日本数学会が分類したわけではなく、ベネッセのマナビジョンという、ウエブ上で受験生に向けて公開されている大学の大体のランクに従いました。ですから、日本数学会の公式見解ではありません。何か分類するよすがが必要でしたので、それを使わせていただきました。
どの偏差値群にも理系、文系のどちらも含まれています。

・数学基本調査 p. 3「問 1-1」

まず、大学生数学基本調査の1問目をご覧ください。
第1ステージと書いてあります。
「ある中学校の3年生100人の身長を測り、その平均を計算すると163.5cmになりました。この結果から確実に正しいと言えることには○を、そうではないものには×を、左側の空欄に記入してください」という問題です。これは全問正解で正解としています。

では、右と左から正答例を配付してください。今、広報の方が正答を公開します。
皆さんもうお分かりだと思いますが、
(1) 身長が163.5cmより高い生徒と低い生徒が半々いる。
これは×です。
「ははっ」というふうにお笑いになった方がいます。
(2) 100人の生徒全員の身長を足すと、163.5cm×100なので、1万6,350cmになる。
これが○です。
(3) 身長を10cmごとに区切ると、160cm以上170cm未満の生徒が最も多い。
これは×になります。

・スライド3「1-1 正答率（偏差値別）」
この正答率を出したのが、今お見せしている1-1正答率というグラフです。
これが新聞でトップ記事になった問題で、大学生のおよそ4人に1人が、この問題で間違えているという結果が出ました。

・スライド4「1-1 正答率（系別）」
それでは、分野によってどう正答率が変わるかです。
私たちは期待される正答率を9割にしたのです。
これは100人ですから、掛け算の式も簡単ですし、計算間違いをするということはあり得ない、分かっているかどうかだけなので、9割くらいいくのではないかと思っていたのです。
しかし実際は、期待される正答率に達した系は、理工系を含めてもありませんでした。
理工系でも約2割が誤答だったのです。

・スライド##「平成20年度所得調査」
これは配付資料にない図で申し訳ないのですが、先ほどの問題でどこがいけないのかという話です。
先ほどの1番の選択肢は中央値と言い、ちょうど半々になるのはどこですかという話になります。
3番目の一番多いのが、160cm以上170cm未満になる。
一番多いというのは最頻値と言います。一番頻度が高いということです。
それは正規分布と言いますが、そういうものであれば、平均値と最頻値と中央値が同じようなところにくるのですが、一般論ではそうはなりません。

例えばこれは平成20年度の所得の調査です。

平均所得は556万円なのですが、中央値は448万円で、最頻値は確か300万～400万円の間ぐらいにあります。
こういう差が出るのは、大金持ちが平均値を引き上げているからです。
つまり、この三つは同じところに来るとは限らないのですが、それが同じところに来ると思っている生徒がいるということになります。
ですから、平均を取ったとき、それでどんなことが分かって、どんなことは分からないかということが、あまりよく分かっていないのだろうと思っています。

・スライド5「『できる』と『分かる』の違い」
平均を求める式、総和を取って個数で割るという式の定着を見ますと、それを知っている割合、それが実行できる割合は、日本は諸外国と比べて高く、9割を超えていると思います。
今はその辺もあやしくなりつつあるのですが、少なくとも昔は高かったと思います。
ただ、日本人は、平均と言われれば足して個数で割るという無意識の操作をすることは比較的できるかもしれませんが、平均とは一体何なのか、それにはどのような特徴があるかを理解して、それを活用する能力に多分課題があるのだろうと思います。

では、この三つが分からないといけないかという話になるのですが、平均を出すだけであればExcelがしますし、分散などのもっと難しいものもExcelに入力すれば出してくれます。
Excelができるので、それを求める能力自体は、必要ないとは言いませんが、付加価値をなかなか生みにくい能力になっているのです。
それだけでは、高度人材、企業が雇用しようと思うような人材としては、付加価値を持ちにくい時代であるということです。
昔はもしかするとそういう計算ができる、分散が求められるということである程度付加価値と思われていたかもしれないけれども、今はその能力は付加価値を生みにくいということです。

どういうことが必要かというと、大規模データとよく言いますが、例えば各店舗の売上データが集まったとします。
そこからどういうことが言えて、どういうことが言えないかというような、分析をする能力が必要なのです。
データの性質によって、平均を取ればいいのか、平均だけでは言えないのか、平均にしても相加平均なのか相乗平均なのかなど、場合によって違います。
場合によって適切なことを使って分析できる能力には付加価値がある程度あるのですが、そうではない能力は付加価値を生みにくくなっているのだと思います。
ですから、企業もその操作ができるだけではなく、分かるということを明らかに求めてきています。
高等教育にもそれを求めてきているのですが、それができていない感じがあるということです。

ですので、昔はできたということではなくて、昔はできるだけで付加価値を生んだかもしれないけれど、今、それでは付加価値を生みにくくなっているということです。

それを付けなければいけないことが大きな課題になっているのですが、その能力が多分付いていなくて、どうすれば学生に付けられるかということもなかなか分かりにくい感じになっているのだと思います。

だから、単に「できる」ということと「分かる」ことの識別が求められています。
つまり、高校でこの問題ができなかったから、平均値と最頻値と中央値という言葉を教えて、それを求めなさいという授業をすればどうにかなるという感じではないですよね。
それでは活用できる力になりそうもないので、そこが大きな課題になっています。

・数学基本調査 p. 3「問 1-2」
次の問題を見ていただきたいと思います。
これは数学の問題なのかと思うような問題なのですが、読み上げます。

次の報告から確実に正しいと言えることには○を、そうでないものには×を付けてください。
「公園に子供たちが集まっています。男の子も女の子もいます。よく観察すると、帽子をかぶっていない子供はみんな女の子です。そして、スニーカーを履いている男の子は 1 人もいません」。

ポイントになるのは、「帽子をかぶっていない子供はみんな女の子です」という一文です。
これをどうやって解けばいいかということです。

皆さんはよくこの例を出します。
巨人軍の選手はプロ野球の選手である。これは正しい命題です。
だとすれば、プロ野球の選手は巨人軍の選手か。これは×なのです。
これは誰が聞いてもすぐに分かるのですが、先ほどの例題になると、同じ問題を聞いているのに、途端に分からなくなるのです。

まずは、帽子をかぶっていない子供はみんな女の子だ。
では、女の子は全員帽子をかぶっていないと思った瞬間に不正解です。
ですので、2 番を○にすると不正解です。

これから言えるのは、対偶である男の子はみんな帽子をかぶっているということです。
つまり、プロ野球の選手でないならば巨人軍の選手でない。それは正しいのです。
それと同じことで、「男の子はみんな帽子をかぶっている」は正しいのですが、「帽子をかぶっている女の子はいない」は正しくない。
⑵ が正しくないので、「帽子をかぶっていてスニーカーを履いている子供は 1 人もいない」も×になるということです。
この問題は、先ほどよりもさらに正答率が低くて、大学生の 3 人に 1 人はこの問題ができないということになります。

・スライド7「1-2 正答率（系別）」
これができないとどういうところが困るかというと、理工系かどうかなどは関係ないのです。
法学部などでは、これが絶対に読めないと困ってしまいます。
契約書や定款などを読む会社員は、全員これが読めないと困ってしまいます。
ビジネスマン、特に契約にかかわる部署で働かれる方は皆、これができないと困ってしまいますが、なかなか読むことができない。
これは理工系、社会学系、文学系などは関係なく、どの系も正答率75%を超えた系がありません。

・スライド8「論理的読解力の課題」
これは何が困るかというと、大学に入ってきて、こんなにできなくてどうするという話ではないのです。
私が問題にしたいのは、これだと教科書を読むことが厳しいのです。
特に数学などは教科書に定義が書いてあって、その定義からこういうことが演繹できるというようなことが書いてあります。
私はもともと法学部なのですが、民法にしても刑法にしてもこういうことがみんな書いてあります。
それを論理的に読むことが難しいと、こういう分厚い専門書が教科書として与えられたときに、その教科書を自分で読むことがなかなか難しくなります。
漫画世界史みたいな教科書なら分かるのだけれども、かっちりした教科書を与えられて、論理的に読解して学んでいきなさいと言われた途端に、読めないというのが厳しいのです。
そうすると、大学教育はどうなのかという話がよくありますが、そうではなくて、大学で教科書を渡してもなかなか読めないと、大学教育を実施することがなかなか難しいところがあります。

こういうことを言うと多くの方が、どうしてそういう学生を入れているのだという議論とよくされます。
もっと大学入試を難しくしなさいと。
それを言ってしまうと多分駄目で、大学入試は相対評価で何人入れるかを決めますので、全員ができない問題を作ってしまうと、識別力がないので入試として機能しないのです。
特に数学だけ難しくしてしまって、みんな10〜20点のところに張り付いてしまうと、数学ではない教科で入学してしまいますから、やたら難しくしても仕方がないのです。

それを言うと今度は、それは大学の数が多いのだろうという話題になります。
去年そういう話題がありましたが、もしもこの問題や今までの問題が8〜9割できるようなところ以外は大学としてやめてしまいなさいと言うと、それはもう大変なことになります。
10校やめましょうというどころではない問題が起こります。
それでいいではないかとおっしゃる方が時々いるのですが、それは無責任です。
例えば日本人の1割しか大学に行かない時代になったとします。
それで学力が上がったと満足されるかもしれませんが、では、残りの9割の人を何で雇用するのかという話になります。
何で雇用するかという話になったときに、実は困るのは私たち自身なのです。
その方たちが、例えばこのあたりの問題が全部できないということで、では、ホワイトカラーとして雇

えるかと言ってもなかなか難しいことになったとします。
では、どこで教育しますかというと、生涯学習だとなります。
しかし、生涯学習ではテキストを読んで自分で論理的に学習できる能力が前提となりますので、それは厳しいのです。
ですので、これはどこかをいじればどうにかなるという問題では全くないということです。

・数学基本調査 p.4「問 2-1」
いつも市民講座は「情報学が切り開く新しい未来」というお話で、こういうすてきな技術がありますから、私たちの生活はこんなにすてきになりますというお話をしていると思います。
それはそうなのですが、正月早々、今日はちょっと暗い話で申し訳ないです。

次の問題が、数学を教える側からすると、大変大きな問題だったのです。
2-1 の問題をご覧ください。

偶数と奇数を足すと、答えはどうなるでしょうか。
次の選択肢のうち正しいものに○をして、そうなる理由を下の空欄で説明してください。
偶数と奇数を足せば奇数になることぐらいはみんな知っています。
ですから、いつも必ず奇数になるという選択肢に○をしていない人は誤差の範囲で、ほとんどいません。
98%よりも上ではないでしょうか。
（b）を選ぶのが正解なのですが、問題は、なぜ偶数と奇数を足すと奇数になるかという理由です。

正答例を見ていただいて、ご自分がもしお書きになったものがあれば見比べてください。
まず、偶数を 2n とします。
n や m という変数を整数だと考え、偶数は整数である n という変数を使って 2n と表すことができます。
一方、奇数はやはり整数 m を使って「2m＋1」と表すことができます。

ここまででかなり分かれてしまいます。
両方とも同じ変数 n を使って、2n と 2n＋1 と書く人が多いのです。
これはなぜ駄目か。
2n と 2n＋1 だと、4 と 5、14 と 15 というように隣り合った偶数と奇数になってしまうからです。
それで間違えるわけです。
変数を使って書いたのですが、2n と 2n＋1 と書いてしまったものを、典型的な誤答と私たちは呼んでいます。

・スライド 9「2-1 正答および誤答（偏差値別）①」
図の下を見ていただくと、正答、準正答、典型的誤答とありますが、その後に深刻な誤答というものがあります。
深刻な誤答とは、4 と 5 とか、6 と 11 というように、幾つか試したらそうなったという場合です。

ひどい場合は1個しか例が書いてないのです。
「2+1=3だから」というものです。

数学は、整数や実数など、無限なものを扱う対象にしています。
無限なものについてあることを言おうと思ったときには、いくらたくさん例を挙げても、それでは証明したことにならない、論理的に説明したことにならないというのが、中学・高校で教えることで、それが数学の証明ということの基盤になっています。
しかし、その差、例示することと一般的に示すことの違いがあまりよく分からない学生の方がいます。

もっと私たちがショックを受けたのが、例え話をすることです。
「偶数と奇数が戦うと、いつも奇数が勝つから」という、勝ち負けというのでしょうか、それで書くというのが幾つかありました。
例えば、「三角形と三角形を組み合わせると必ず四角形になるけれども、三角形と四角形を組み合わせても四角形になるとは限らない」という回答がありました。
偶数と奇数を足すと奇数になることと、三角形と四角形の話は、本来関係ありません。
恐らく、連想する何かが例えなのでしょう。
でも、例え話をしても数学の論証にならないということも、中学校の段階でやはり分かってほしいことなのです。

小学校の段階で、学級で「どうして偶数と奇数を足すと奇数になると思いますか」と先生が尋ねたときに、幾つか例示をすることは絶対に必要な活動です。
1と2を足しても、4と7を足しても、いつでも奇数になるから奇数になると思う、私はそのように仮説を立てるということです。
普通に理工系で行う仮説を立てる際に、幾つかやってみて、そうなるからこの仮説が妥当だと思う。
そのこと自体は非常に良いことなのです。

ただ、幾つかの例が正しいからといって、普遍的に正しいとは限らないということも、小学校の高学年と中学校で勉強し、それで証明をします。
無限のものに関して主張するときには、変数を用いて証明することを学んでいくはずなのです。
しかし、そういうふうにあまり理解されていない。
だから、証明とは何かということが分からないまま学年が上がってしまっているのだと思います。
これは認知負荷が高いので仕方がないと言えば仕方ないのですが、何とかならないかということです。

これは、驚愕の識別力のある問題なのです。
グラフをご覧ください。
水色のものが国立S、超難関大学といわれている大学で、これだけほかと全然グラフの形が違うのです。
なぜ棒グラフではなく折れ線グラフにするのかと意地悪な人は言うのですが、たくさんあるので棒グラフではなくて、折れ線グラフにしています。

これを見ていただくと、国立S以外は、みんな典型的誤答にピークが来ているのが分かっていただけると思います。
ですから、ほかの学校は比較的、偶数と言えば2n、奇数と言えば2n＋1というふうに書くという思い込みがはなからあって、それがどういう意味を持つのかはあまり分かっていないでやっている感じです。
見ていただくと分かるように、偏差値が下がるに従って深刻な誤答が増える傾向があります。

深刻な誤答は何とかして避けたいし、本当にどうにかしなければいけないのですが、典型的な誤答を書いた子は、それなりに勉強をした子なのです。
たくさん勉強したのだけれども、その先を越えられないという感じなのです。
そこをどうしていくかがすごく重要だと思っています。

・スライド11「2-1 正答および誤答（系別）①」
2-1の問題は、残念なことに理工系でも非常に正答率が低かったです。
2-1の問題は、国立Sは4人に3人が正答か準正答でした。
それにしても、超難関大学でどうして4人に1人できなかったのかはよく分からないのですが、そうでした。

全体の正答率が、準正答を加えても34%という状態でした。
そういうことで非常に厳しいという感じです。理工系でも正答率が5割を切っています。
本当の正答率は26%なのですが、準正答を入れて甘めに付けても5割を切ったということです。
教育系や教員養成系では、準正答までを入れても4人に1人しか正しくないという状態でした。
これが最も識別力の高かった問題でした。

・スライド12「『わかる』に到達させる困難」
しかし、このような問題で国立最難関とその他を識別できてしまっていいのでしょうか。
入試とは何なのだろうという気持ちにやや陥ります。

もっと詳しくバックグラウンドを見ますと、入試形式がセンター入試等のマークシートしかやってない学生は、正答・準正答を合わせても14.3%でした。数学受験せずでは5%です。
数学を受験しないと、95%が間違っているということです。
ですから、記述式の試験をやったかやらないかでものすごく大きな影響があります。
証明とは何なのかをきちんと分かってクリアするような証明が書けているかというのが重要だったと思います。
あるいは、正答を教えるだけではなくて、典型的な誤答のようなものを生徒に見せて、どこが間違っているかを添削できるというような授業をするともう少しましになるのではないかという気はします。

・数学基本調査p.4「問2-2」
2-2の問題にいきたいと思います。

これもやや変わった問題で、2 次関数の問題です。

2 次関数 y＝－x^2＋6x－8 のグラフは、どのような放物線でしょうか。
その重要な特徴を文章で三つ答えてくださいという問題です。

2 次関数は、現在の指導要領では数学 I なので、理工系かどうかに関係なく、みんなやっている内容です。
多くの受験生は 2 次関数の問題があったときには、x 軸との交点を求めよ、y 軸との交点を求めよ、頂点を求めよ、これをどのように平行移動させたらどういうグラフに重なるかというような問題は普通、大量にやっています。
センター入試も、そのあたりの問題はあまりに当たり前なので出さないくらいに基本的な問題だと思っていただきたいと思います。
しかし、このグラフの特徴を言えと言われたら真っ白になってしまう子が少なくなかったです。

・スライド 13「2-2 正答および誤答（偏差値別）①」
どのぐらい正答率があったでしょうか。
超難関大学では 4 人に 3 人が準正答までたどり着いているのですが、全体の正答率が 39.5%、準正答を加えても 52.9%までしかいかなかったということです。
グラフの特徴を言うだけです。

これを見ると、大体皆さんは上に凸なのだろうなというのはすぐにお分かりになります。
それで 1 個書くわけです。
その後は、例えば x 軸との交点、y 軸の交点を書きます。
簡単な因数分解ですから、そこまでできるはずなのです。
加えて、平方完成したとすると、座標で言うと（3, 1）になりますが、頂点を求めて書きます。
その四つぐらいの中の三つを選んで書けばいいわけですから、頂点を求めるのが苦手だったとしても、最初の因数分解までやれば難しい解の公式を使わなくても解けるので解けてほしかったのですが、そういう結果になりました。

・スライド 14「2-2 正答および誤答（系別）①」
理工系の方がやや社会科学系などよりは良かったです。
教育系は理工系の 3 倍、学際系は理工系の 4 倍、文学系では 6 倍、深刻な誤答に陥りやすいという結果が分かりました。

・スライド 15「典型的な誤答と深刻な誤答」
典型的な誤答は用語の記憶があいまいなのです。
「上向きのグラフ」などと書く子がいました。
上に凸と書けないで「上向きのグラフ」や「山型のグラフ」などです。

気持ちは分からなくもないので、深刻な誤答ではなくて典型的な誤答にしました。

あとは文章で書けないということです。
文章で書きなさいと言うのだけれども、文章では書けなくて、絵がその欄に描いてある子がいました。
それから、負の符号が含まれる計算がなかなかできないということです。

あとは、重要とは言い難い観点を挙げる。これは面白いのですが、「原点を通らない」という解答がありました。ここを通らない、あそこを通らないとはいくらでも言えるのですが、数学者との協議の上で、それは重要とは言い難い観点ということで、それは違うということになりました。

問題なのは深刻な誤答です。
これは、よく「マイ視点」と私は言っているのですが、主観的な印象と客観的な性質の区別がつかないということです。
例えば「狭いグラフ」と言っていますが、同じクラスで「広いグラフ」と書いた子がいるのです。
狭いと思うのは、自分が狭いと感じるだけで、狭いということを説得する材料がないから広いという子もいます。
同じように「大きいグラフ／小さいグラフ」「急カーブ／緩やかなカーブ」など、マイ視点だから、みんなそれぞれ別々のことを言います。
それでは数学になりません。

また、ビジネスをされていらっしゃる方は、若い人が書く文章でこういうものがあるなとお思いになるかもしれませんが、指示しようとした対象が文面から読み取れないのです。
文章で書きなさいと書いてあるのですが、「左下」などと書いてあるのです。
何が左下なのか分からないのです。「右上」「二つある」などもありました。
二つあると言ったら、それはx軸との交点が二つあるに決まっていて、それを深刻な誤答と言うのは、あまりにも採点した数学者の側に読解力がないとウエブで批判されました（笑）。

しかし、そこまで読み取ってあげるということ自体が問題なのだと私は思います。
若い人が書かれた文章があって「二つある」と書いてあったら、これはこういう気持ちなのだなと思うなどということは、通用しないわけです。
実は、それはうそだということが私は分かっているのです。二つあると書いてあった誤答では、絵が描いてあるのです。それに双曲線が描いてあるのです。二つあるというのは、グラフが二つの部分に分かれているという意味なのです。実際に双曲線になると書いてあった解答も、別の解答ですが、ありました。ですから、こういうつもりで書いたのではないかなと必要以上に気持ちをくんであげ過ぎることが、かえって間違いを修正できない状態にしているのではないかと思いました。

あとは、解を求めるための操作と特徴の区別がつかない子がいました。
x の値を代入して分かった値の点を打つという解答で、それはグラフを書くときの操作であって、特徴

ではないだろうというものもありました。

また、これは結構偏差値の高い大学でもあったのですが、「傾きは－1」とありました。
「傾きは－1」とはどういう意味だろうかと随分みんなで検討しました。
幾つも答案を見ていて、だんだん分かってきたのですが、この問題では 2 次の項の係数が－1 なのです。
一番左側に書かれている項の係数を傾きだと思うというふうに受験指導がどこかでされているのか、中学校のときにそれが正解の方略になっているのです。
中学校だったら y＝－3x＋1 の傾きは－3 です。だから、イコールのすぐ右側に書いてある係数を取ってくると傾きなのです。
同じような話で、「傾きが 6」と書いてあったものもあります。それは、1 次の係数が傾きだと思っているのです。傾きという意味が分からないのだけれども、操作をしているという誤答だったと思いました。

・スライド 16「2-2 正答および誤答（得意な科目）」
2-2 の正答と誤答に関して、得意な科目というのを見ると傾向があります。
小学校の算数や中学や高校の数学、物理などに正の相関があるのはいいのですが、国語と歴史に関しては負の相関があるのです。
国語ができた方がこの問題は間違っているという状態があります。

文系と理系だからでしょうと言われるかもしれませんが、それはややおかしくて、国語ができて論理的に物事が読み取れれば、英語でも、国語でも、どんな科目でも成績が良ければ、これが正に働いてほしいわけです。
多少数学の方が傾きが高かったとしても、負の相関は出ないでほしいところです。
英語は負の相関は出ていませんので、なぜ国語と歴史で負の相関が出るのかは、ちょっと悩ましい問題だと思っています。

・スライド 17「数量的に把握する」
これは、理工系とそれ以外の文学系などを明確に識別した問題になってしまいました。
変数間の関係を数量的に把握することで、外部の世界を理解するというような、物理的な世界の把握が関数の役割なわけですが、もしかしたら、関数の世界観や有用性を理科や地理などを通して感じられるかどうかに関係しているのではないかと思いました。
あるいは、数量的な変化として把握する能力と、そういう世界観と国語や歴史の何かが正しいと思う世界観が違うので、国語や歴史でこういう流れになったらこうなるというように読解していく、あるいはやや暗記型というか、そういうものとの差が出たのではないかと思っています。

・数学基本調査 p. 5「問 3」
最後は、最初から極めて正答率が低いだろうと思って出した問題です。

右の図の線分を定規とコンパスを使って正確に 3 等分したいと思います。

どのような作図をすればいいでしょうか。
作図の手順を箇条書きにして分かりやすく説明してくださいという問題です。

これは長さがちょうど5cmになるように作り、こちらの事務局の方で必要枚数をコピーして送っていますので、実施したすべての大学でこの線分は5cmです。
5÷3は割り切れないので、物差しで測ったとしてもきちんと点を打てません。
定規で測って3等分することはできない問題なのです。
偏差値下位群では、定規で測って解決しようとする実測が有意に増えるという傾向がありました。

・スライド20「出題意図」
こんな問題は見たことがないとおっしゃる方がよくいますが、それは違います。
戦後の指導要領ができてから、この問題はほぼすべての教科書で、中学校3年生のところで必ず出る問題として知られています。
どうしてこの問題を出すかというと、恐らく技術系の方はすぐに「そりゃあ、これができないと困るだろう」とお思いになるでしょうが、実測で図ることができないようなものがあれば、比で測らなければいけないからです。

例えば木の高さを測るとします。木の高さを測るにはどうすればいいですかと学生に聞くと、よくメジャーで測ると言うのです。いや、サルじゃないのだから（笑）。
というか、サルでもてっぺんまでは行けないわけで、そういう実測で測れないものがあります。
場合によっては湖の端から端までどうやって測るかと言うと、やはりメジャーで測ると言います。
メジャーで測ったらたわんでしまうでしょう（笑）。
教科書で、湖の端から端まで測りますという図が出ています。
あれを見ると定規で測れるというようにふっと思うのですね。
でも、例えばここからあそこの扉まで測りますといっても、そんなものは実測で3人やれば3人ともみんな違う値が出ます。
そういうものは技術系をやっていらっしゃる方は絶対に避けて通れない話だと思います。

＊リアルに測って何か物事を解決するという発想が多分ないのです。＊
その理由は、今、高校でも中学でも物理などで実験していないからです。
実験してレポートを出せば、誤差が必ず出ます。
誤差が出ると、なぜこの誤差が出たのだろうということを考察しなければなりません。
ですが、その時間がないので、実測というとぴたっと値が出ると思っているところがあります。
それは技術立国的にどうなのだろうと、私が大変不安に思っている点です。

この問題をすべての教科書が採用しているのは、比があると世の中こんなにありがたいということを実感させる問題だからで、必ず教科書に掲載しているのです。
比というのは単に数学のおもちゃではなくて、本当に技術を成り立たせるために必須のものなのです。

ただ、ちょうど中学校３年生の２学期によくやる問題で、もう受験の前なので、入試で出ない問題はやらせにくいということがあります。
この問題は入試ではあまり出ません。
作図の問題も出ているのですが、作図という言葉と共起する、一緒に出てくる言葉があります。
作図といえば垂直二等分線か角の二等分線です。その二つが作図という言葉と一番共起しやすいのです。

そのため、学生の答案を見ると、まず垂直二等分線を描くのです。
３等分は、２等分を何回やっても出ないのですが、２回２等分、つまり８等分して、その三つ分とするのです。
それでは８分の３だろうと思うのですが、そういう解答もありました。
だから、いくら２等分しても３等分にならないということがなかなか分からず、作図なのだから、取りあえず２等分すれば出るのではないかと思ってしまったということがあったと思います。

これは難しいだろうなとは思ったのです。すっかり忘れているかもしれないと思ったのですが、とても大切な問題で、すべての教科書に載っているので、これが定着していないとはどういうことなのかを考えていただくために、この問題は出題しました。

・スライド21「分析①」
分析結果です。
正答率に関係する最大の因子は、偏差値群でした。
あとは、入試数学の形式でした。
偏差値と相関があるのは当たり前ではないかとよく言われます。
それはそうなのですが、問題は、そうだとしてもこんなに正答率が低くていいのかということです。

入試数学の形式では、大体この順番に出てくるのです。
なかなか語弊があるので読み上げないようにとよく言われるので読み上げませんが、その形式は１の問題よりも２番、３番の記述式問題でより顕著になっています。
意外だったのは、理系か文系かということよりも、偏差値や入試形式、どういう入試を経ているかということの方が結果に関係があったということです。

・スライド22「分析②」
繰り返しになりますが、深刻な誤答には次のようなものがありました。
例示と論証、類推と論証の区別がつかない。
主観的印象と客観的性質の区別がつかない。

典型的な誤答には次のようなものがありました。
数学用語を正しく用いることができない。
重要な特徴が何かの判断がつかない。

それから、入試で数学を不受験する、センターも含めて入試で数学を取らないと、深刻な誤答に陥りやすいということです。
数学不受験に至る遠因としては、小学校で算数が不得意ということです。
数学は積み上げ式なので、どうしても小学校でつまずくとその後はなかなか難しいのです。
ですので、みんながどうやってできるようにするかが大きな課題だと思っています。

面白かったことというか、こういうことは面白がってはいけないのですが、マークシート方式のみで受験すると、典型的誤答に陥りやすいということでした。

・スライド22「分析③」
問題3の正答率の低さと系との関係の低さから、この問題は全員にとって難問だったことが分かります。
問3は、先ほども申し上げましたように、ほぼすべての教科書本文に図入りで掲載されているが、十分に指導されていないと推察されるということでした。

今日は新春市民講座なのに、こういう暗い話題でどうすると思いますが、これは「若者よ、どうする」という話ではないのです。
これはぜひとも、「本当に最近の大学生は」というお話で持ち帰らないでください。
そうではなくて、私たちはこの大学生に未来を託しているわけです。
この大学生よりも下の高校生、中学生、あるいは小学生に未来を託すわけですから、その方たちがどうすればより良く学んでいけるか。
あるいは、この人たちと持続可能な社会というのでしょうか、持続可能に発展する社会というか、経済成長戦略と昨今もいわれていますが、成長する国にしていくにはどうすればいいか。

それは、教育にしっかり投資する以外にないのです。
こういう人たちを大学に入れない、数学の入試を難しくするということではなくて、この方たちと一緒にこの国をつくっていくわけですので、その人たちが経済成長に貢献してくれるように、教育にどのようにコストをかけていけばいいか、あるいは、どのような教育をすればいいのかを、他人事ではなくて、ぜひお一人お一人に考えていただければと思っております。

以上です。少し長くなって申し訳ありません（拍手）。