

大学生の数学力なう
—第一回大学生数学基本調査から見えてきたこと—

国立情報学研究所

新井 紀子

(日本数学会教育委員会)

基本データ

- 調査数
 - 対象者数5946人
 - 調査クラス90クラス
 - 調査大学48大学

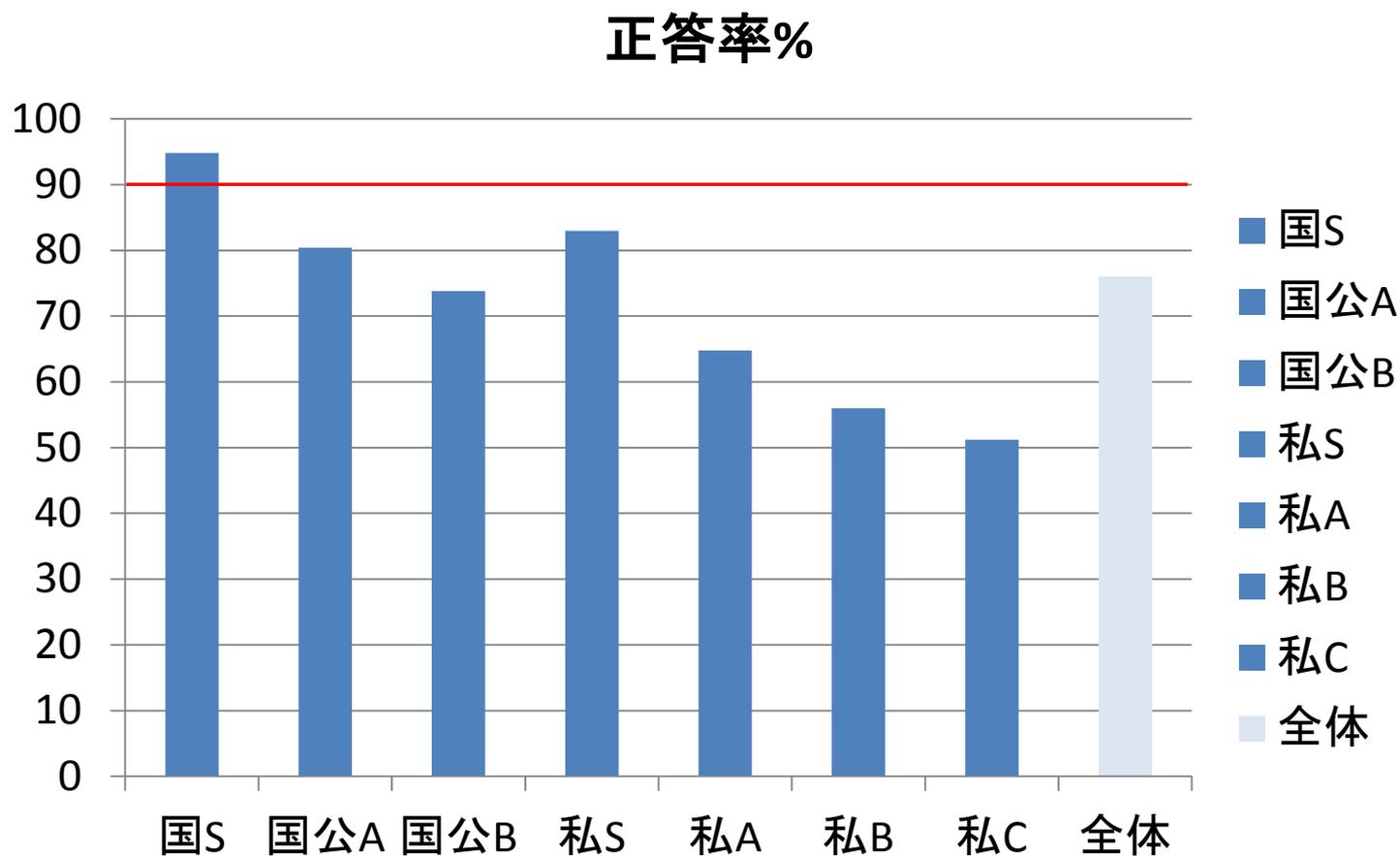
	国S	国公A	国公B	私立S	私立A	私立B	私立C
学生数	1026	2271	675	223	819	586	346

系	理工	文学	社会科学	教育	保健衛生	学際	混合
学生数	2502	202	853	1179	391	251	530

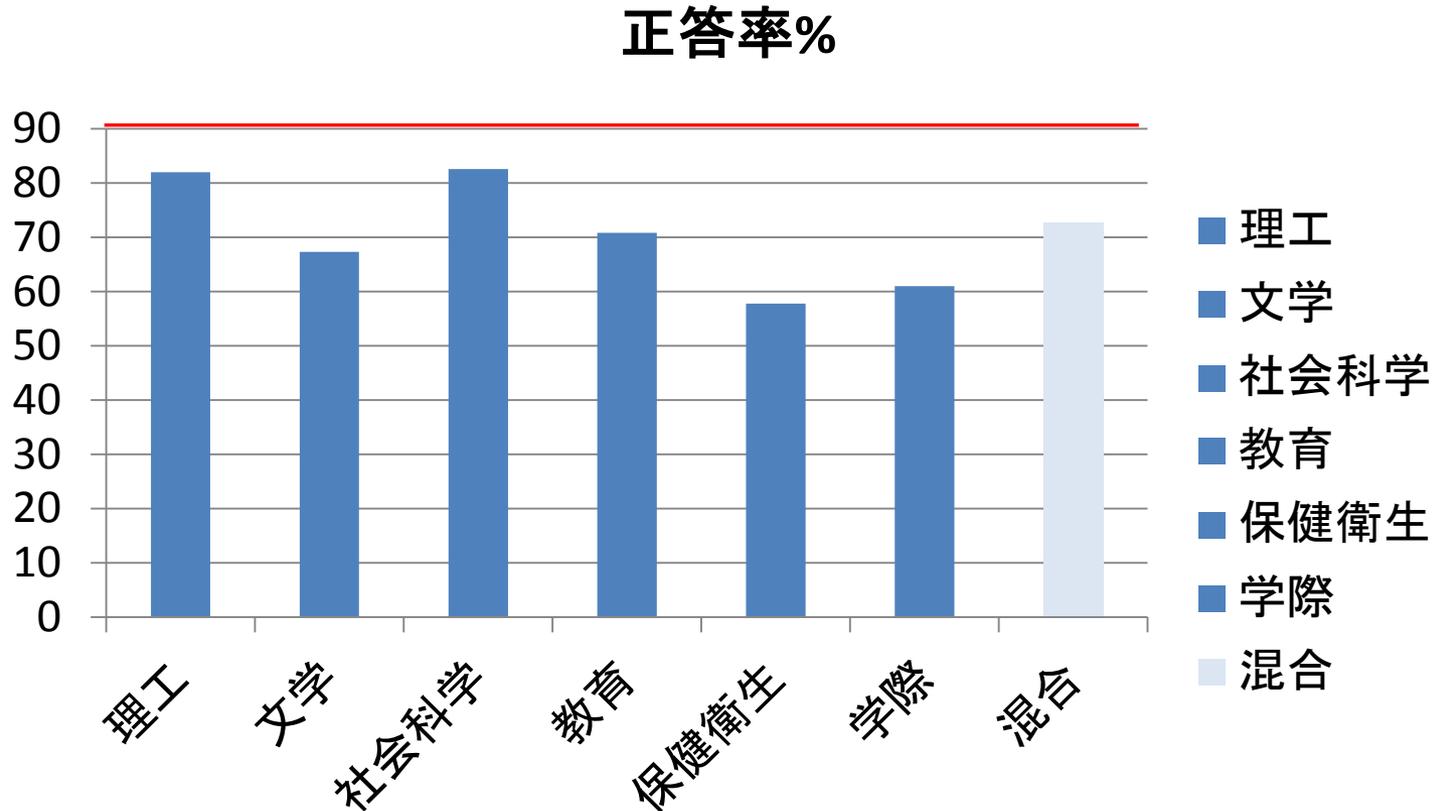
※S,A,B,Cはベネッセのマナビジョンで提供されている大学の入学難易度別の分類に従った。

※どの偏差値群にも理系・文系のどちらも含まれている。

1-1 正答率(偏差値別)



1-1 正答率(系別)



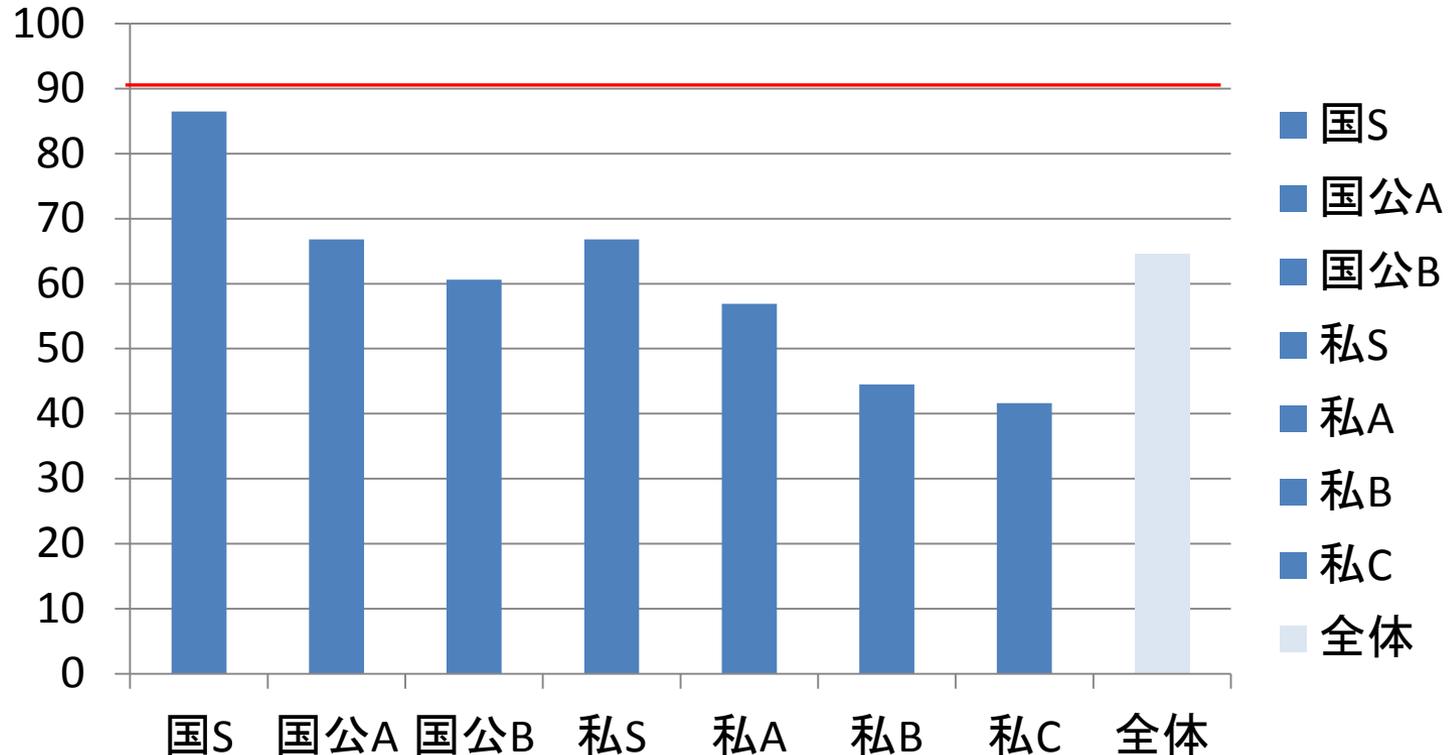
期待される正答率(90%)に達した系はなかった。
理工系でも約2割が誤答。

「できる」と「わかる」の違い

- 平均を求める式を「知っている」割合と、それを実行「できる」割合は、諸外国に比べて高い。
- 平均とは何か(定義)、どのような特徴があるかを理解し、それを活用する能力に課題。
 - 国立教育政策研究所の調査(学力調査B問題、論理的思考力に関する調査)も同様傾向。
 - 今後、文部科学省では「できる」と「わかる」の識別を強化する方向？
 - 産業界からも「できる」と「わかる」の識別を求められている。
- この問題とは「平均と中央値と最頻値を教えれば済む問題」なのだろうか？

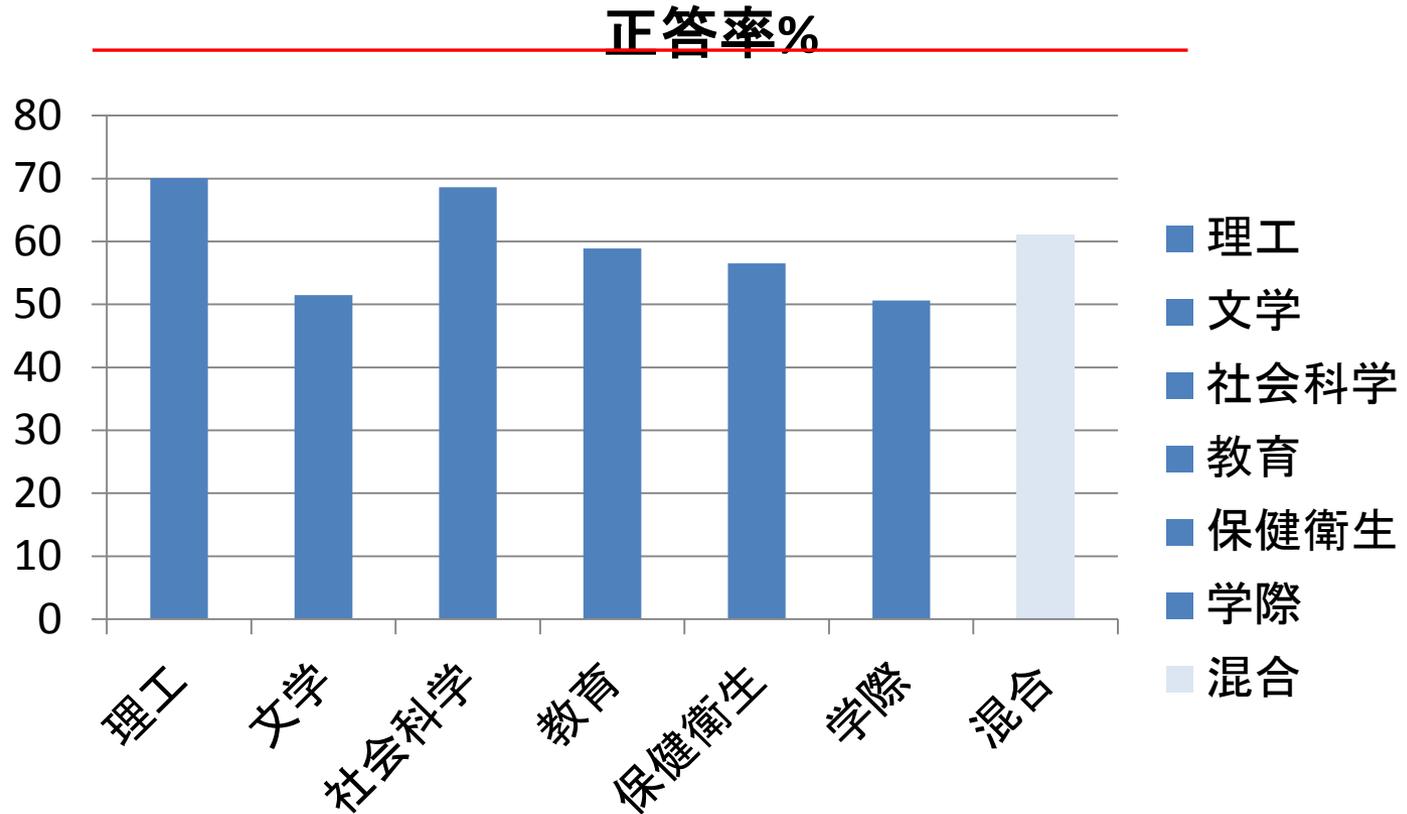
1-2正答率(偏差値別)

正答率%



期待された正答率は90%。
どの偏差値群も90%に達せず。

1-2正答率(系別)

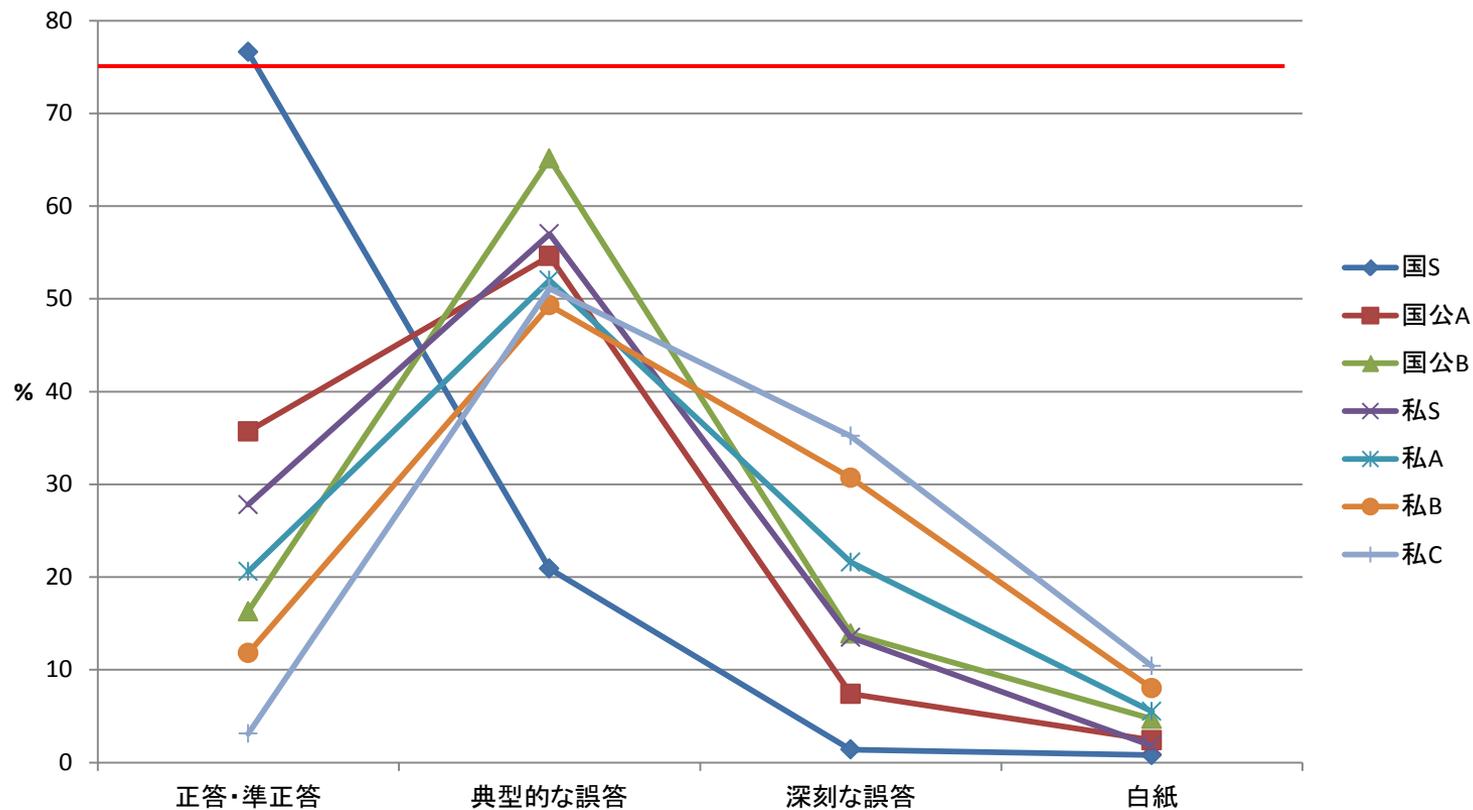


どの系も期待された正答率(90%)に達せず。75%を超えた系すら存在しない。

論理的読解力の課題

- 論理的読解ができない
 - － →自力でスタンダードな教科書を読んで理解することができない
 - － →塾や家庭教師がないと勉強できない
 - － →大学以上の教育が意味をなさない

2-1 正答および誤答(偏差値別)①



- ・国立S群のみ他とは異なる特徴。
- ・深刻な誤答は偏差値下群に行くにしたがって顕著に多くなる。

典型的誤答と深刻な誤答

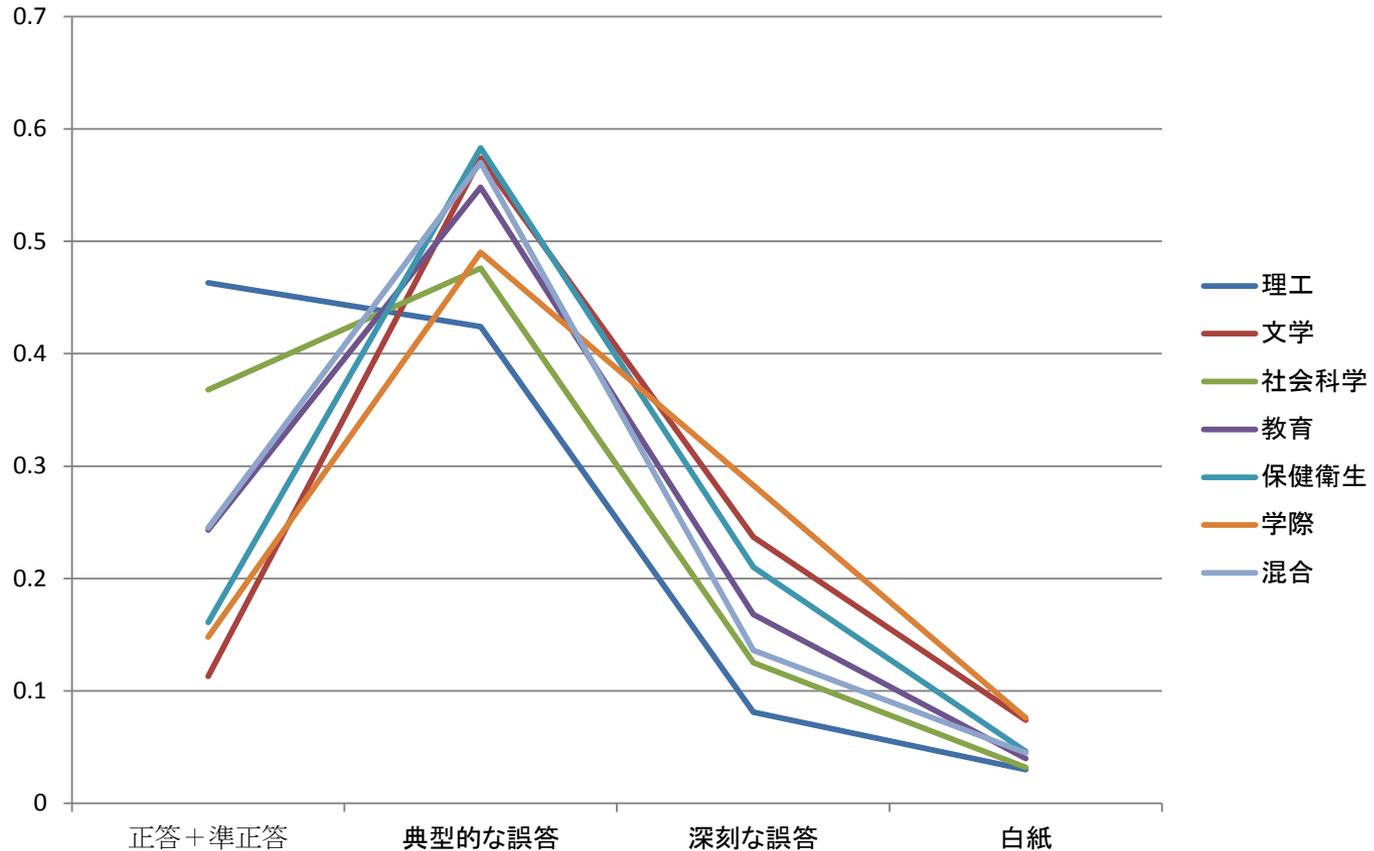
- 典型的誤答

- 連続する2数で考える($2n, 2n+1$ または $n, n+1$)
 - 半分以上がこのパターン。国立A,B群で特に多い。
- $2n+2m+1=2(n+m)+1$ の「 $(n+m)$ が整数になるので」が欠けている。
- 変数 n, m が何を指しているかの定義がない。

- 深刻な誤答

- 例示は証明になりうると考える
 - 「 $2+1=3$ 、 $4+3=7$ 、などのように必ず奇数になる」
- 証明する、とはどのような行為かがわからない
 - トートロジーを繰り返す
 - 「なるものはなるから」「いつもそうなるから」「奇数のほうが偶数よりも強いから」

2-1 正答および誤答(系別)①

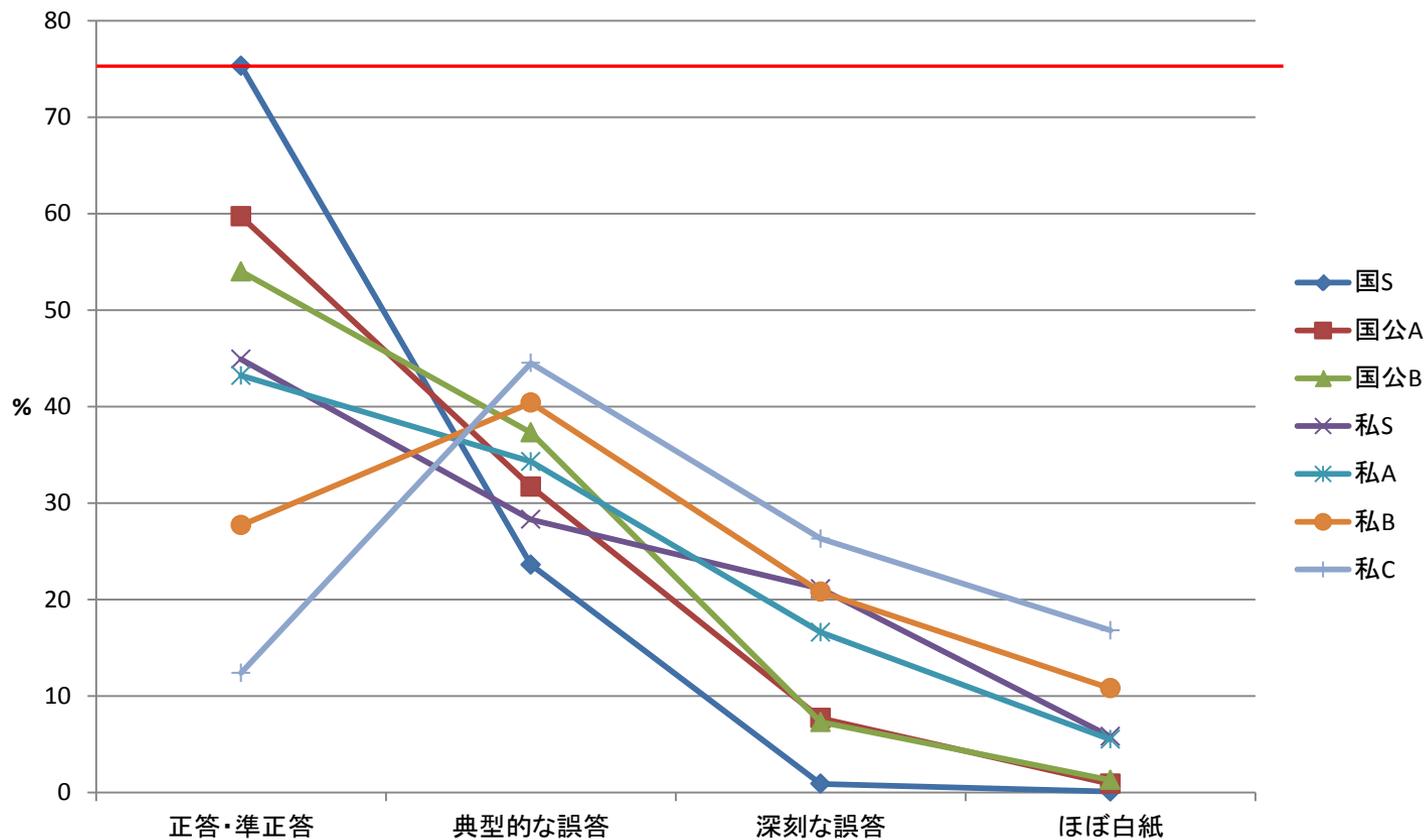


・理工系 > 社会科学系 > それ以外

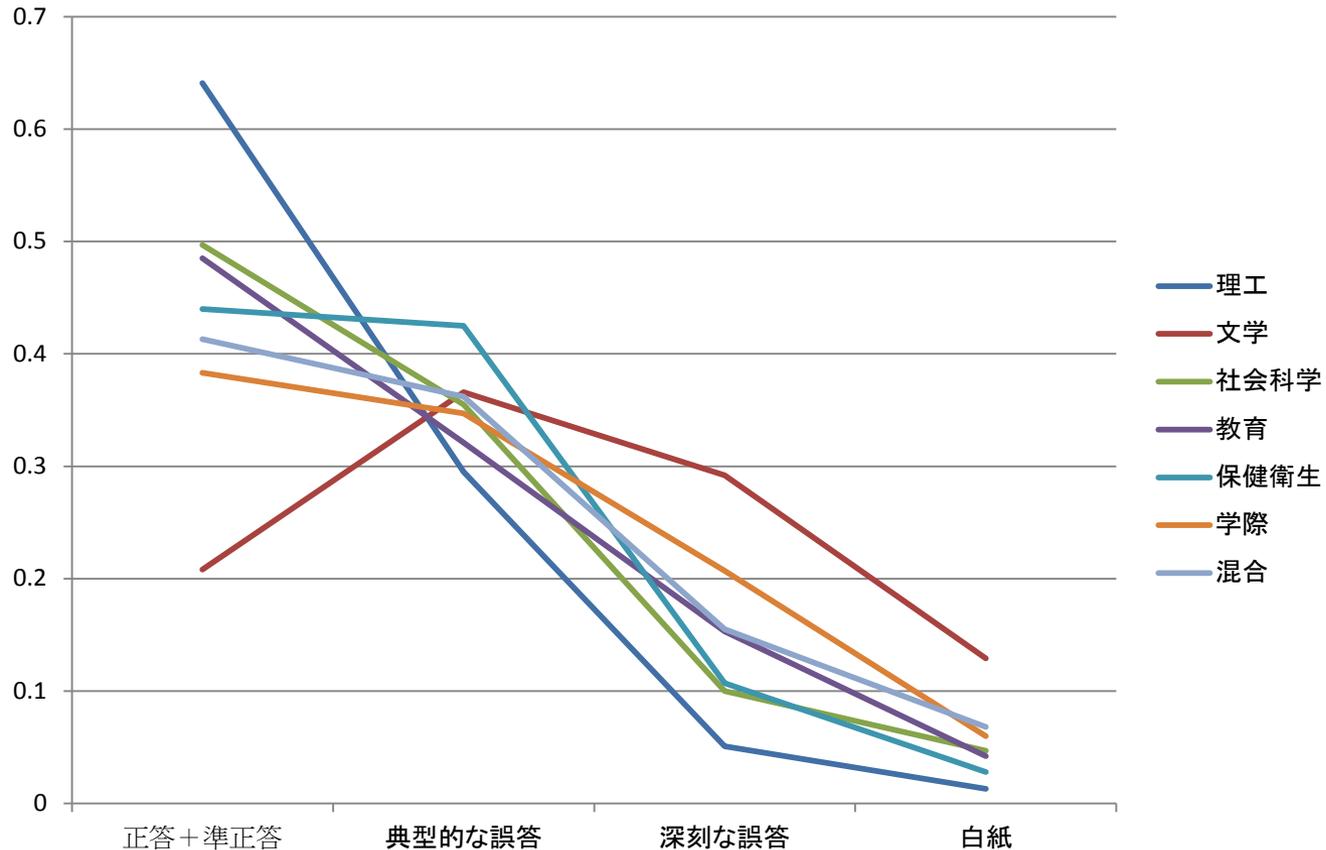
「わかる」に到達させる困難

- 国立最難関とその他の識別力が高い問題であった。
 - こんな問題で、国立最難関とその他を識別できてしまっただけなのか？
- 入試形式が「マーク式のみ」では正答＋準正答率14.3%、「数学受験せず」では5.3%
 - 証明の必要条件(採点の観点)を共有し、その観点をクリアするような証明を書かせる。
 - 典型的な誤答サンプルを生徒に直させる(なぜ例示では証明になり得ないか)なども有効。

2-2 正答および誤答(偏差値別)①



2-2 正答および誤答(系別)①



- 理工系 > 社会科学・教育・保健衛生・学際 > 文学
- 教育系は理工系の3倍、学際系では理工系の4倍、文学系では6倍、「深刻な誤答」に陥りやすい。

典型的な誤答と深刻な誤答

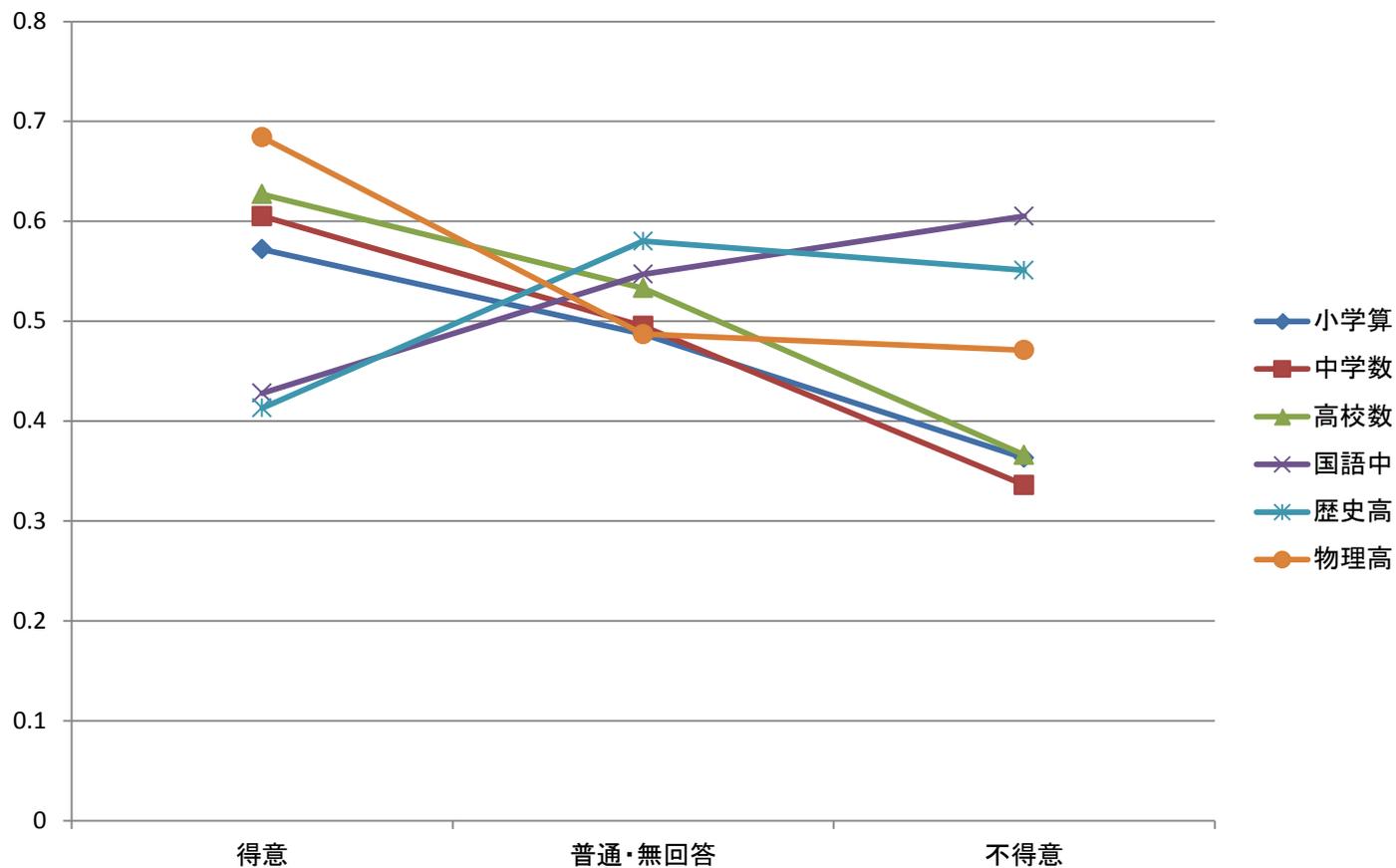
- 典型的な誤答

- 用語の曖昧な記憶
 - 「上向きのグラフ」、座標と数値の混同
- 負の符号が含まれる計算の間違い
- 重要とは言い難い観点を挙げる
 - 「原点を通らない」「第二象限を通らない」

- 深刻な誤答

- 主観的な印象と客観的な性質の区別がつかない
 - 「狭い/広い」「大きい/小さい」「急カーブ/ゆるやかな」
- 指示しようとした対象が文面から読みとれない
 - 「左下」、「右上」、「2つある」
- 解を求めるための操作と、特徴の区別がつかない
 - 「 x の値を代入してわかった値の点をうつ」
- 演繹的ではなく経験的な数学の学習法による深刻な誤答
 - 「傾きは-1」

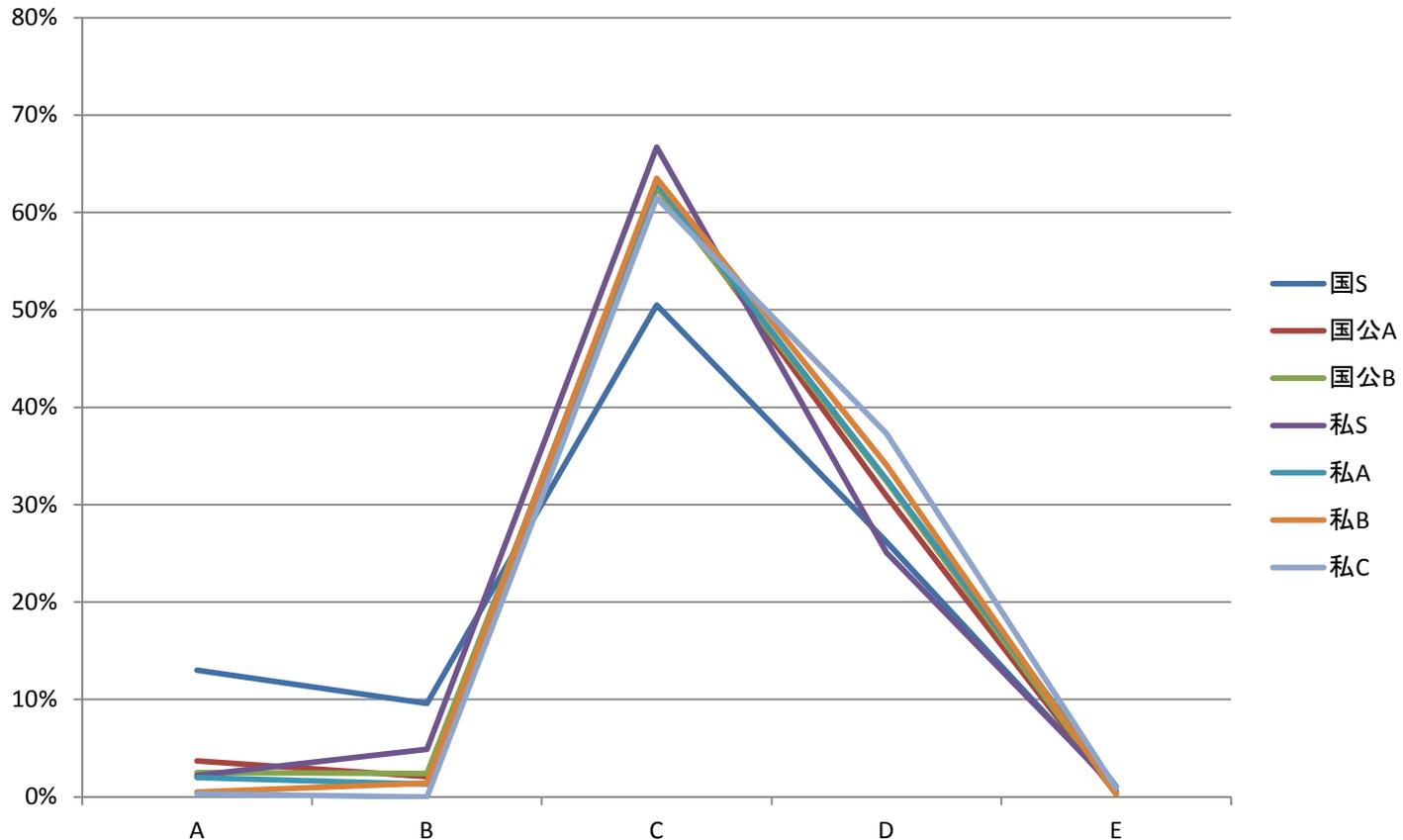
2-2 正答および誤答 (得意な科目)



数量的に把握する

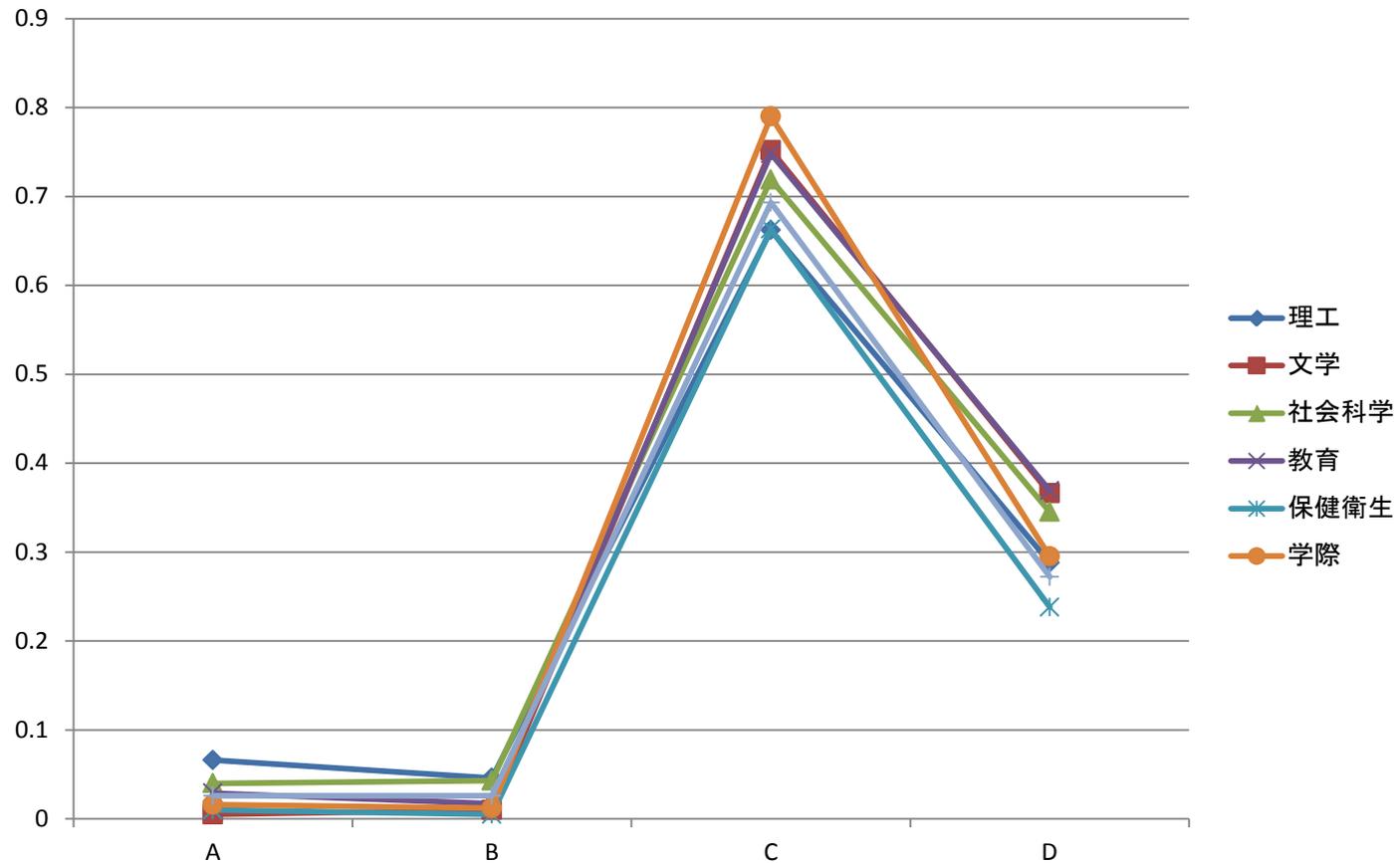
- 理工系とそれ以外、文学系とそれ以外を明確に識別した問題。歴史・国語が得意、と明確な負の相関が出た問題。
 - 変数間の関係を数量的に把握することで、外部世界を理解する、というのが関数の役割。
 - 関数の世界観や有用性を理科・地理等を通じて感じられているかどうかに関係している？
- 曖昧な用語の記憶、重要な観点が身についているか等はマークシートで識別できない。

3 正答および誤答（偏差値別）①



ただし偏差値下位群では、「実測で解決しようとする誤答」が有意に増える。

3 正答および誤答（系別）①



ただし学際・文学系では、「実測で解決しようとする誤答」が有意に増える。

出題意図

- 50年以上中学校教科書の定番の問題。
 - 三角比導入の意義を理解させる上で重要。
- 中学3年2学期後半に2ページで分からせるには無理がある単元。高校入試でも出ない。
 - →たぶん中学では飛ばしているだろうと予測。そ調査のために出題。
- 予想通りの結果。

分析①

- 正答率に関係する最大の因子は①偏差値群、②入試数学の形式
 - 偏差値が下がると、正答率が顕著に低くなる。
 - 国立S > 国立A・私立S > 国立B・私立A > 私立B > 私立C
 - その傾向は記述式問題でより顕著である。
 - 問2-1、問2-2では、理工系が他の系に比べると正答率が高い。
 - 理系・文系の別より、偏差値や入試形式の方が影響が大きい。

分析②

- 「深刻な誤答」には次のようなものがある。
 - － 例示と論証、類推と論証の区別がつかない
 - － 主観的な印象と客観的な性質の区別がつかない
- 「典型的な誤答」には次のようなものがある。
 - － 数学用語を正しく用いることができない
 - － 重要な特徴が何かの判断がつかない
- 入試で数学不受験すると「深刻な誤答」を陥りやすい。
 - 「数学不受験」に至る遠因として、小学校で算数不得意が示唆された。
- マークシート方式のみで受験すると「典型的な誤答」に陥りやすい。

分析③

- 問3の正答率の低さ・系との関係の低さから、この問題は、全員にとって難問だったことがわかる。
- 問3は、ほぼすべての教科書本文に図入りで掲載されているが、十分に指導されていないと推察せざるを得ない。

分析④

- 物理が得意であることと正答率との間に有意に正の相関が見られる。
- 5問すべてについて、国語が得意であることと正答率との間に有意に負の相関がみられる。
 - 「英語が得意」との間には、そのような傾向は見られなかった。
- 国語が得意であることと、深刻な誤答との間にも正の相関が見られた。
 - 同偏差値群内・同系統で統制しても同じ結果。

分析⑤

(私見ですが……)

- 「記述式試験を丁寧に行う」というのが、現実的な処方箋のように見える。
 - － 教科書や指導要領を直しても影響は限定的？
- 高校入試も、論証やアルゴリズム、重要な観点などを重点的に見るほうがよいと思われる。
 - － 入試問題作成の際、数学的に厳密であることを追い求めすぎると、出題範囲や問題形式が限られてしまい、スクリーニングに失敗する？
 - － 情報開示請求・数学的厳密性との兼ね合い

追加資料

1-1の分析

- 全体では, xxxの人数=164人(2.8%), その他の人数5782人(97.2%). 理工系では1.8%.

理工系高群・理工系中低群・理工系以外高群・理工系以外中低群の4群間比較を実施。4群とxxxの間は独立と仮定し, 残差を求める。(以下、理工系以外を「その他」とする。)

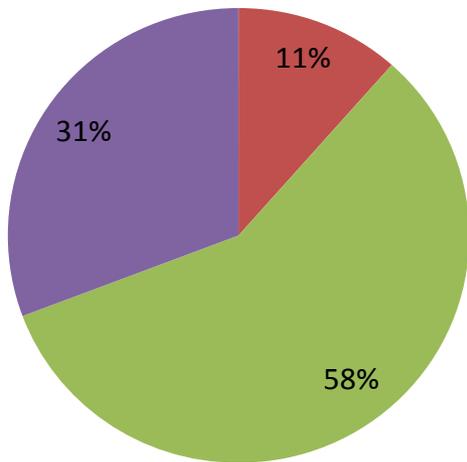
xxx	その他.高	その他.低中	理工.高	理工.低中
no	2.828238	-5.529523	3.703256	1.978867
yes	-2.828295	5.529634	-3.703331	-1.978907

以上から、「理工系高偏差値群は、xxxという回答をし難い」との結果が得られた。

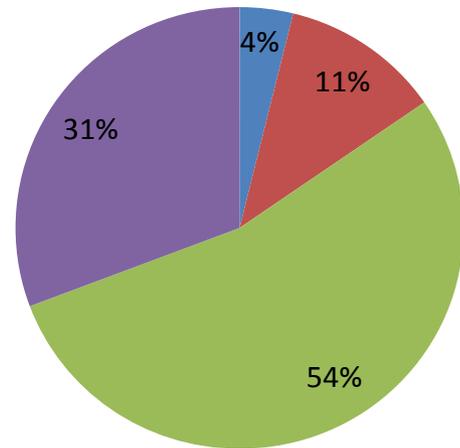
調査協力教員のアンケートから

- 学生に理解させたり実行させたりする上で・・・
 - －それほど困難を感じない内容
 - 逆行列や行列式の計算
 - 初等関数の微分や積分の計算
 - －やや困難を感じる内容
 - 部分集合と元の区別
 - －困難を感じる内容
 - 写像の理解(全射・単射等の性質)
 - 存在命題が正しいことをどのように証明すべきか
 - 全称命題が正しいことをどのように証明すべきか
 - 同値関係・同値類・商・代表の理解→もっとも困難

逆行列や行列式の計算



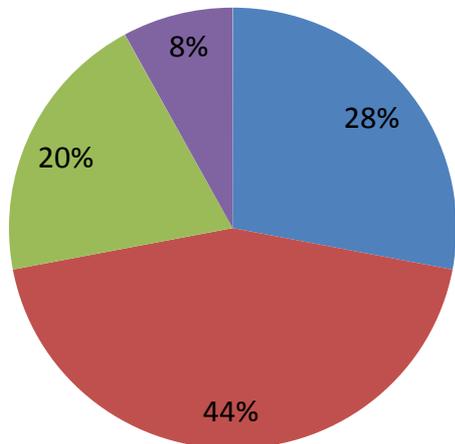
初等関数の微分・積分の計算



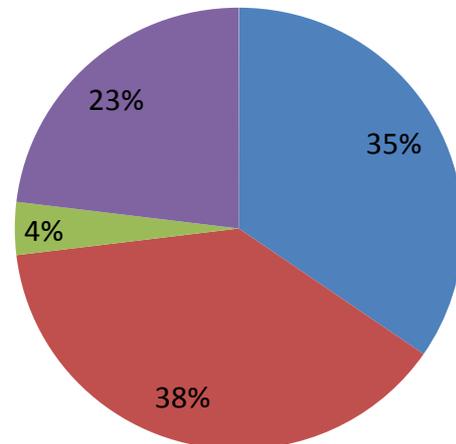
- 大変困難
- やや困難
- ほぼ問題ない
- 教えていない

- 大変困難
- やや困難
- ほぼ問題ない
- 教えていない

写像の理解(単射・全射等)



同値関係・同値類・商・代表の理解



- 大変困難
- やや困難
- ほぼ問題ない
- 教えていない

- 大変困難
- やや困難
- ほぼ問題ない
- 教えていない