石川顕一

東京大学 大学院工学系研究科 光量子科学研究センター

ishiken@atto.t.u-tokyo.ac.jp　http://ishiken.free.fr/

高強度場現象・アト秒科学（1）

高強度レーザー場中の原子のイオン化

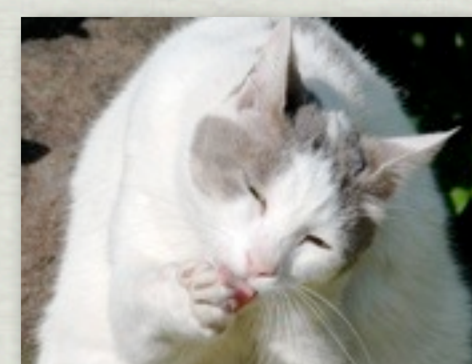
石川顕一 Kenichi L. Ishikawa

東京大学 大学院工学系研究科 附属光量子科学研究センター
（兼務）原子力国際専攻・物理工学専攻・理学系研究科物理学専攻

- 大阪府堺市出身
- 学歴
  - 学士（工学）：東大・工・原子力工学科
  - 修士（工学）：東大・工・システム量子工学専攻
    - スイス・ローザンヌ連邦工科大学留学
  - PhD : ドイツ・アーヘン工科大学
- 職歴
  - フランス原子力庁Saclay研究所
  - 理化学研究所・レーザー物理工学研究室
  - 東大・工・システム量子工学専攻
  - 理化学研究所・次世代計算科学
  - 東大・工・光量子科学研究センター

- 専門分野（理論）
  - レーザー物質相互作用
  - 高強度場現象
  - アト秒科学
  - グラフェンの非線形光学応答
- 趣味
  - 旅行・オペラ鑑賞・おいしいものを食べ飲みすること

ネコ好き



強レーザー場とは

強度 10^{13}〜10^{15} W/cm^2

- 原子との相互作用が非摂動論的になり始める強度。
- レーザー場が電子におよぼす影響 〜 原子核が電子におよぼす影響

UT-PSC
Photon Science Center of the University of Tokyo

高強度場現象

- 超閾電離(Above-threshold ionization, ATI)
  - 必要以上の光子を吸収してイオン化する過程
- トンネル電離
  - トンネル効果によるイオン化
- 高次高調波発生
  - 波長変換によって高次の倍波が発生する現象

UT-PSC
Photon Science Center of the University of Tokyo

参考文献

- M. Protopapas, C. H. Keitel, and P. L. Knight, “Atomic physics with super-high intensity lasers” Rep. Prog. Phys. 60, 389-486 (1997).
- T. Brabec and F. Krausz, “Intense few-cycle laser fields: Frontiers of nonlinear optics” Rev. Mod. Phys. 72, 545-591 (2000).
- P. Agostini and L. F. DiMauro, “The physics of attosecond light pulses” Rep. Prog. Phys. 67, 813–855 (2004).
- F. Krausz and M. Ivanov, “Attosecond physics” Rev. Mod. Phys. 81, 163-234 (2009)
- Zenghu Chan, “Fundamentals of Attosecond Optics” (CRC, 2011)
- K. L. Ishikawa, “High-harmonic generation” in Advances in Solid-State Lasers, ed. by M. Grishin (INTECH, 2010) 439-464

UT-PSC
Photon Science Center of the University of Tokyo

キーとなる概念

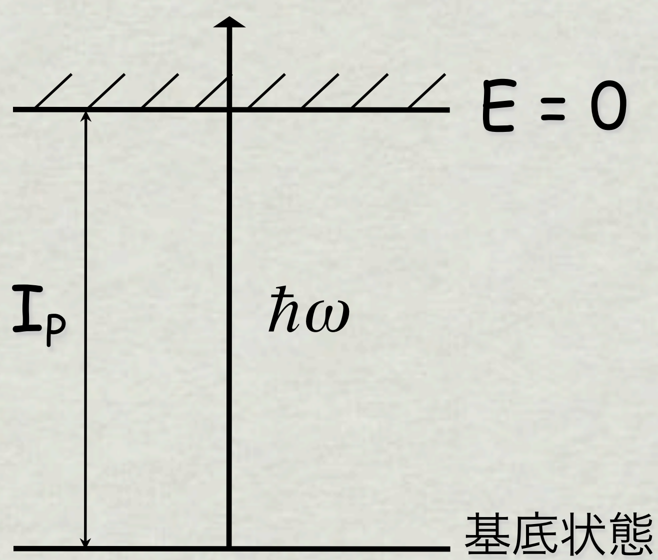
- ポンデロモーティブエネルギー
- ケルディッシュパラメーター
- 電子波束の干渉、量子経路の干渉
- 時間領域で考える

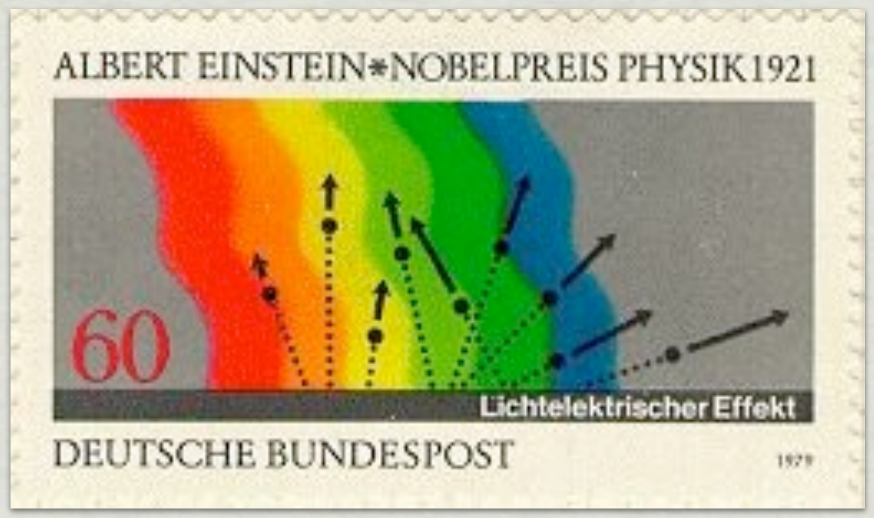
高強度場現象の魅力

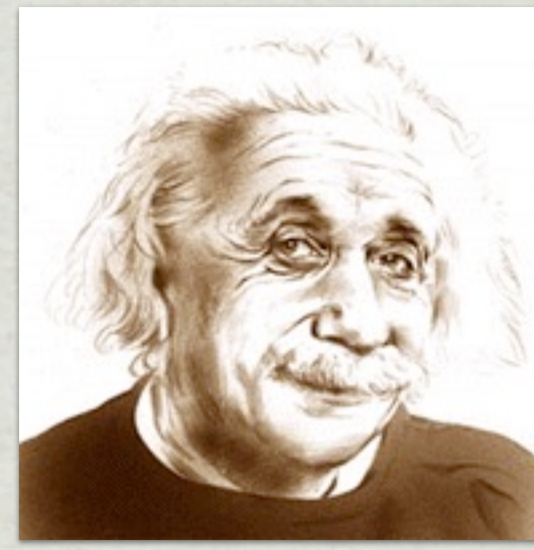
- 同じ現象を、様々な観点からとらえることができる。
- 原子物理とプラズマ物理の出会うところ

1光子電離（光電効果）

1905年　アインシュタイン







I_p : イオン化ポテンシャル

放出された電子の運動エネルギー

$$E_{el} = \hbar\omega - I_p$$

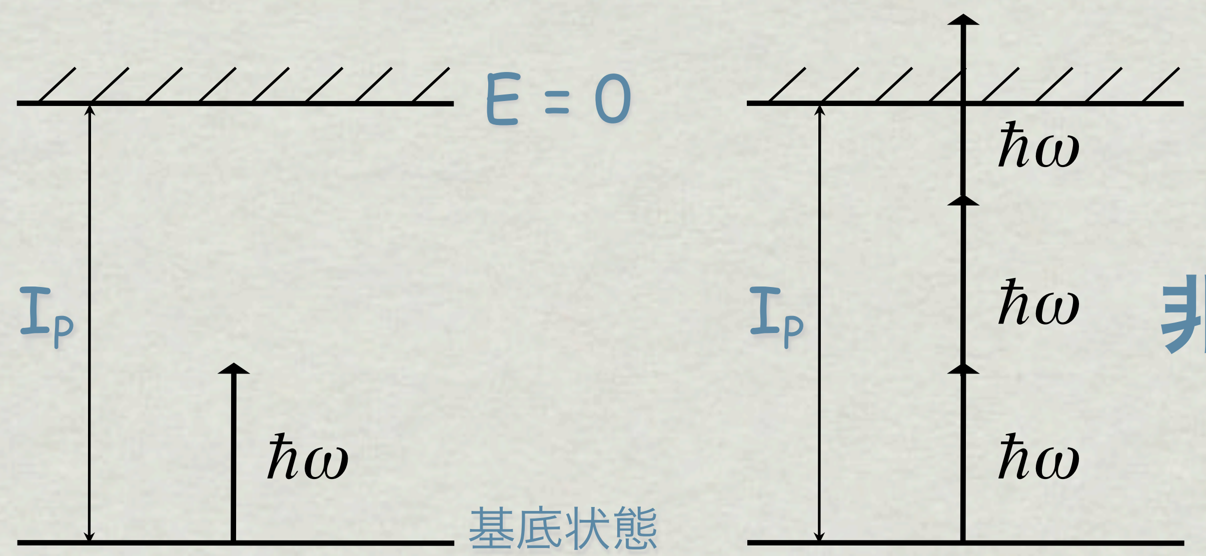
イオン化の条件　$\hbar\omega > I_p$

イオン化レート　$R \propto I$

I : 光の強度

多光子電離

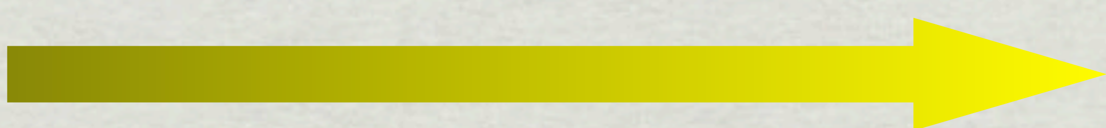
1970年代末まで信じられていたこと



$\hbar\omega < I_p$

非線形光学効果

強度　弱　強



イオン化に必要な光子数 $N = \left[\frac{I_p}{\hbar\omega}\right] + 1$

放出された電子の運動エネルギー $E_{\mathrm{kin}} = N\hbar\omega - I_p$

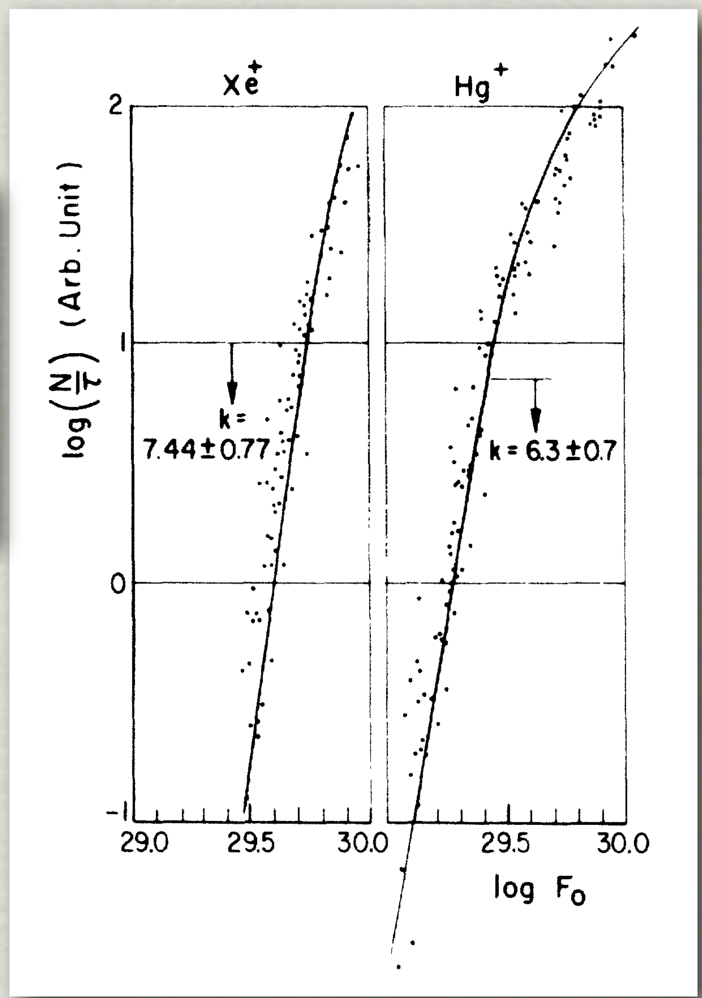
イオン化レート $R \propto I^N$

イオン化レートの検証

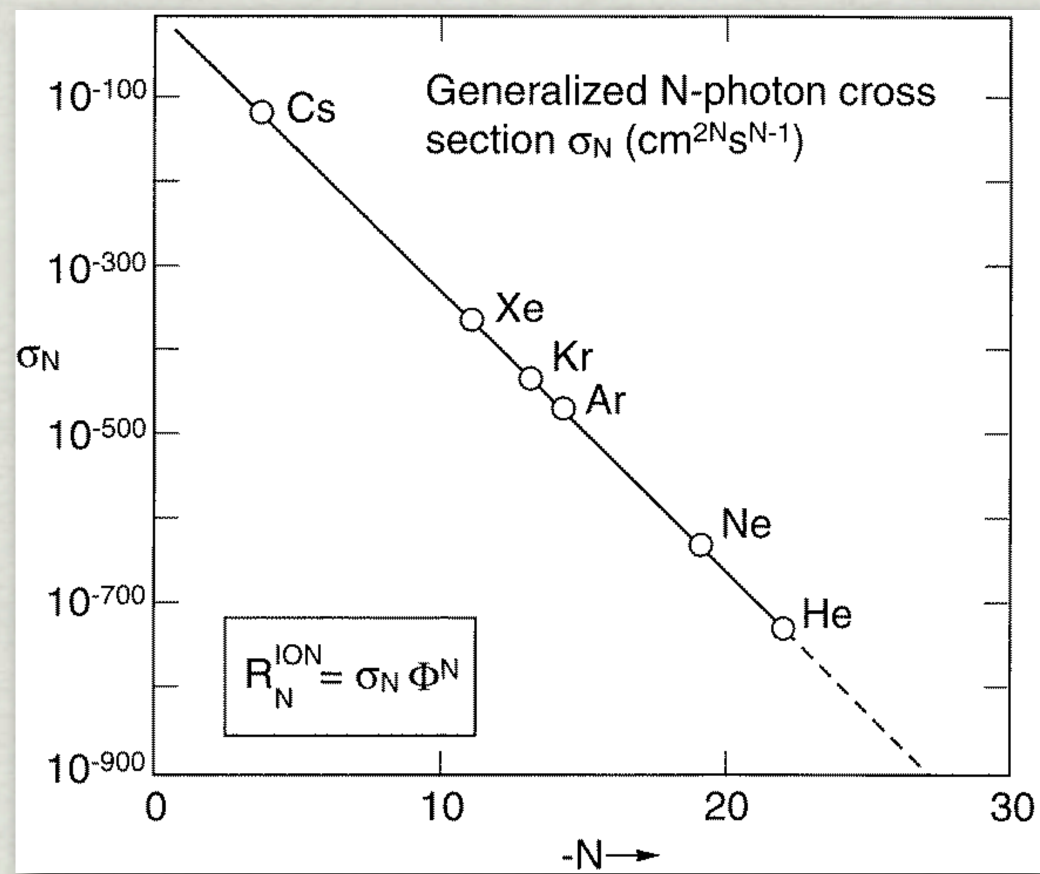
1965〜1975年 $I < 10^{13}$ W/cm^2

イオン化レート $R_N = \sigma_N \Phi^N$ $\Phi = I/\hbar\omega$

- 強度の*N*乗の依存性は様々な原子について確認された。



Log-log plot of the ion-production rate vs. laser peak flux. [Chin et al, Phys. Rev. 188, 7 (1969)]



Protopapas et al., Rep. Prog. Phys. 60, 389 (1997)

UT-PSC
Photon Science Center of the University of Tokyo

石川顕一

超閾電離の発見

Pierre Agostiniら（フランス原子力庁サクレー研究所）

Phys. Rev. Lett. 42, 1127 (1979)

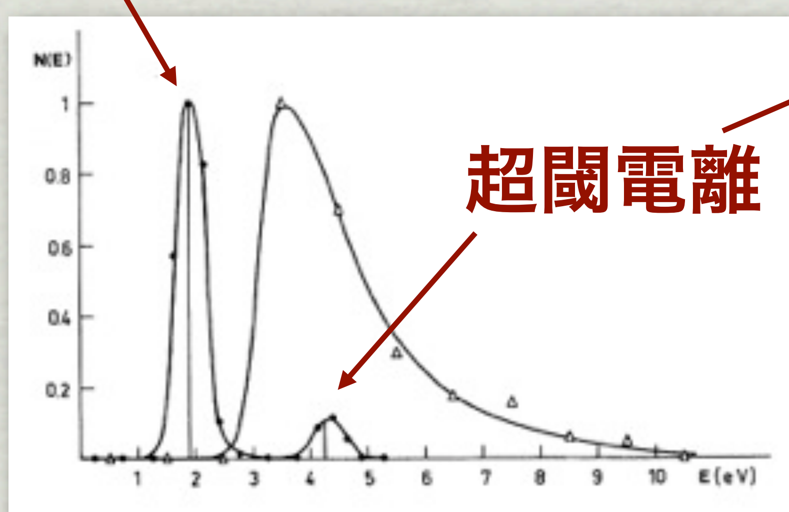
- それまでの実験はいずれも、トータルのイオン化収量を測定していた。
- Agostiniらは、初めて光電子のエネルギースペクトルを測定した。

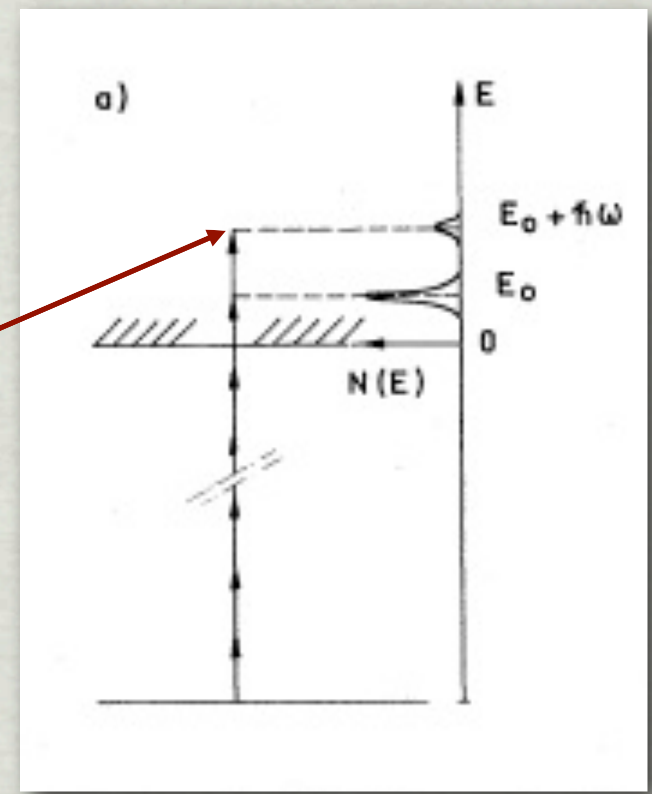
波長532nm　　$\hbar\omega = 2.33\,\mathrm{eV}$　　$I_p(\mathrm{Xe}) = 12.1298\,\mathrm{eV}$　　$N = 6$

６光子電離で予想されるより高エネルギーの位置にもピークを発見

$$E_{\mathrm{kin}} = N\hbar\omega - I_p = 1.86\,\mathrm{eV}$$

超閾電離





６光子電離の後でもう１光子吸収？

Free-Free Transitions Following Six-Photon Ionization of Xenon Atoms

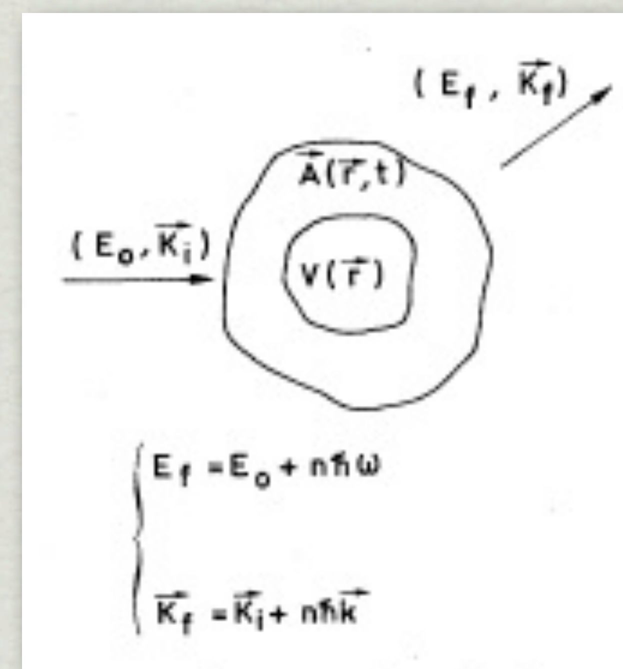
Above-threshold ionization (ATI)

自由電子は光子を吸えない

エネルギー保存 $$\frac{p_i^2}{2} + n\hbar\omega = \frac{p_f^2}{2}$$

運動量保存 $$\mathbf{p}_i + n\hbar\mathbf{k} = \mathbf{p}_f$$ $$\omega = c|\mathbf{k}|$$

- 解があるのは、*n*=0の場合だけ→運動量保存が満たされないため、自由電子は光子を吸収も放出もできない。
- 運動量の差を吸収してくれるイオンの近傍でのみ、free-free遷移が可能
- イオンから逃げていく電子が、光子を吸う暇があるのか？



より高強度の実験

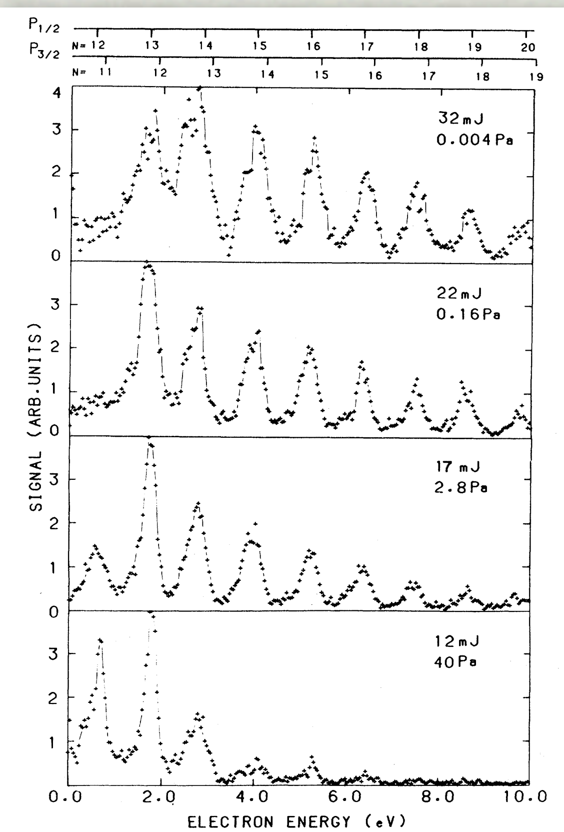


FIG. 3. Electron spectra from multiphoton ionization of xenon at 1064-nm. The vertical scales are normalized. The pulse energy F and pressure at which each spectrum is taken is given in the figure. In the spectrum at 0.004 Pa, the background has been subtracted. The estimated intensity is $F(\mathrm{mJ})\times 2.10^{12}$ W/cm^2.

Kruit *et al*., Phys. Rev. A 28, 248 (1983)
FOM (アムステルダム)のグループ

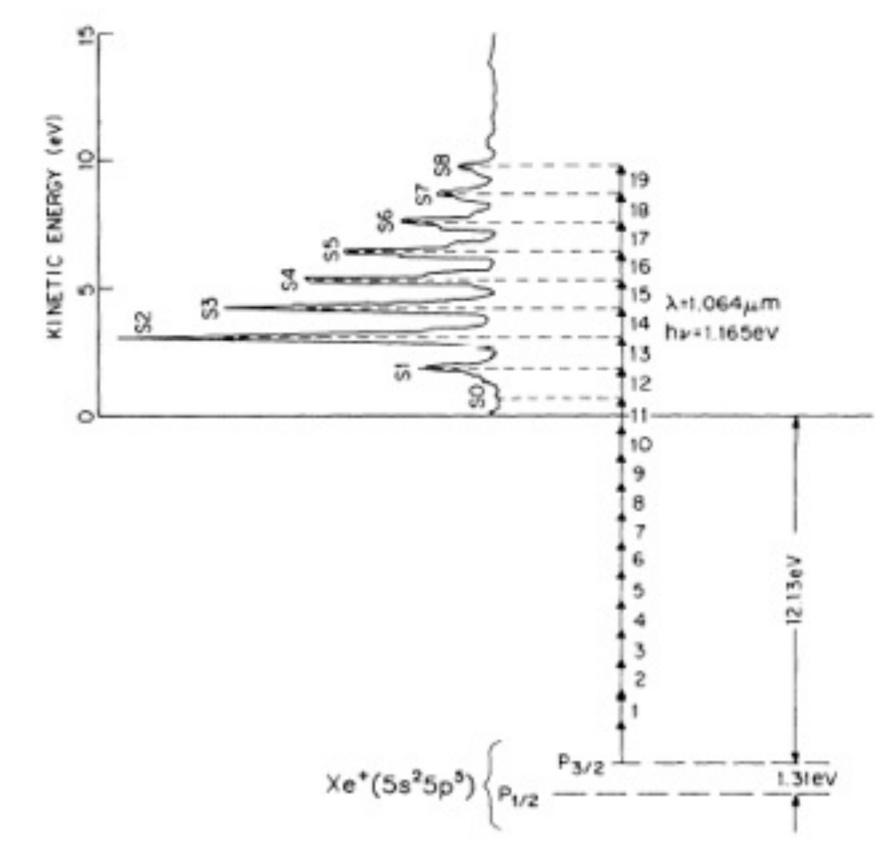


FIG. 6. Electron-energy spectrum corresponding to absorption of photons above the ionization threshold. Zero energy corresponds to a free electron at rest for either of the two ion-core configurations. The negative energy states represent the ionization energies for the two core configurations and they are thus inverted relative to the normal ion spectrum.

MacIlrath *et al*., Phys. Rev. A 35, 4611 (1987)
AT&Tベル研のグループ

波長 1064 nm
Xeガス

$$E_{\mathrm{kin}} = (N+S)\hbar\omega - I_p$$

最小限必要な光子数

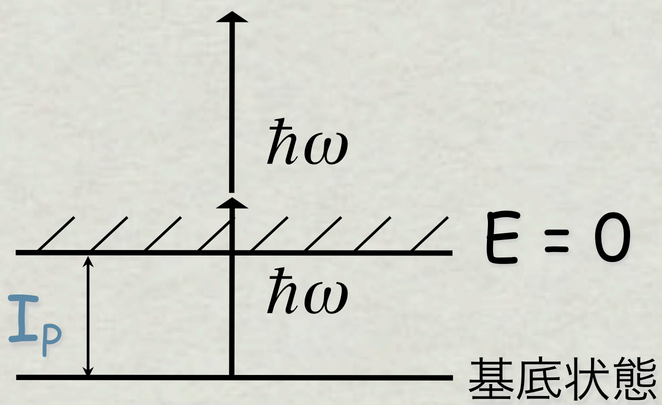
余分の光子数

- ATIは、free-free遷移による光子吸収であることが確実に

UT-PSC
Photon Science Center of the University of Tokyo

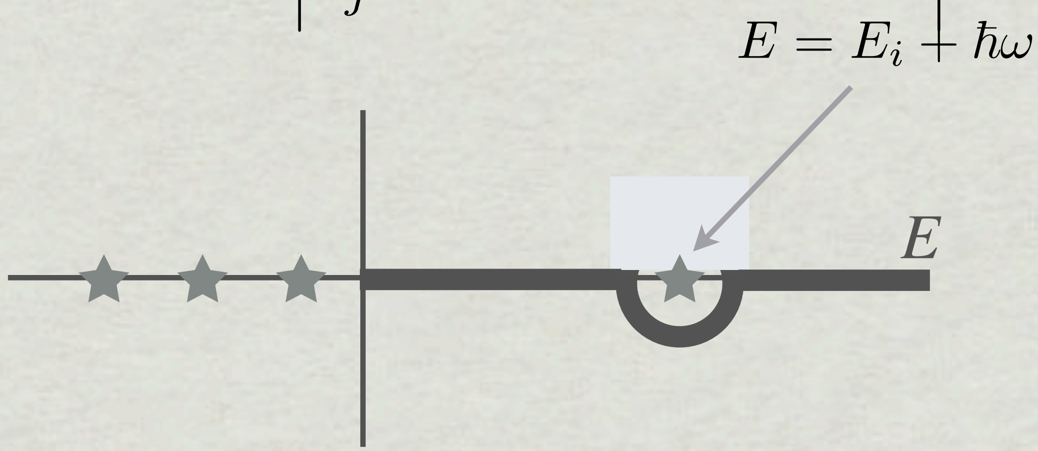
注意！（厳密には）まずイオン化してから、さらに光子を吸収する…という過程だけではない！

２光子ATIの場合



断面積

$$\sigma_2 \sim \left| \sum_j \frac{\langle i|z|j\rangle\langle j|z|f\rangle}{E_j - E_i - \hbar\omega - i\epsilon} \right|^2$$



$$\frac{1}{x - i\epsilon} = \mathrm{P}\frac{1}{x} + i\pi\delta(x)$$

$$\sigma_2 \sim \left| \mathrm{P}\int \frac{\langle i|z|E\rangle\langle E|z|f\rangle}{E_j - E_i - \hbar\omega} dE + i\pi\langle i|z|E_i + \hbar\omega\rangle\langle E_i + \hbar\omega|z|f\rangle \right|^2$$

直接２光子を吸収

１光子電離してから、もう１光子吸収（共鳴２光子過程）

ATIの強度依存性

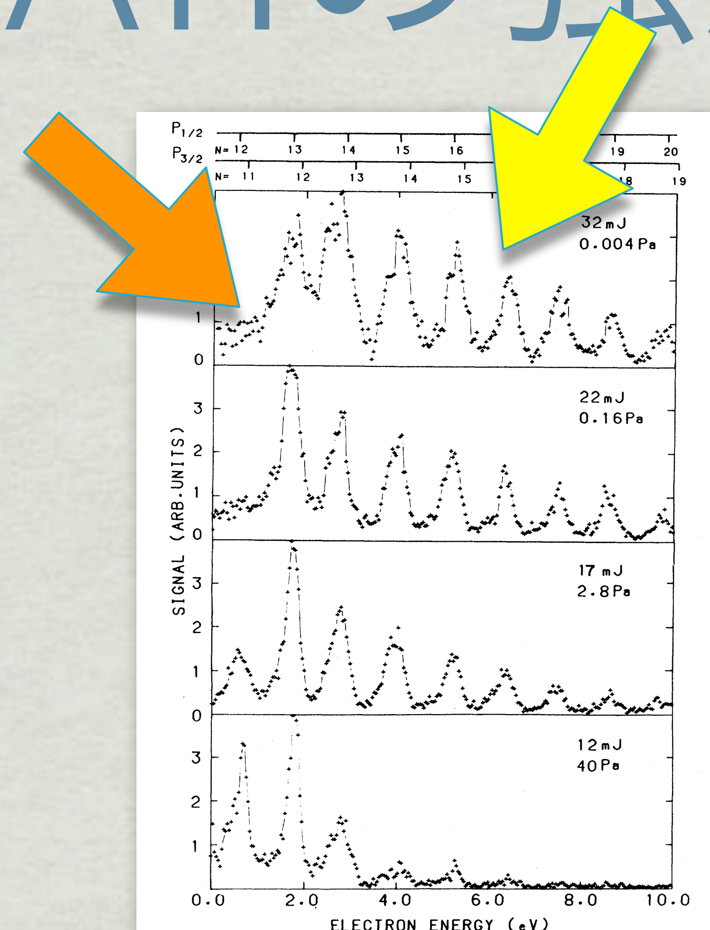


FIG. 3. Electron spectra from multiphoton ionization of xenon at 1064-nm. The vertical scales are normalized. The pulse energy F and pressure at which each spectrum is taken is given in the figure. In the spectrum at 0.004 Pa, the background has been subtracted. The estimated intensity is $F(\mathrm{mJ})\times 2.10^{12}$ W/cm^2.

Kruit *et al.*, Phys. Rev. A 28, 248 (1983)
FOM (アムステルダム)のグループ

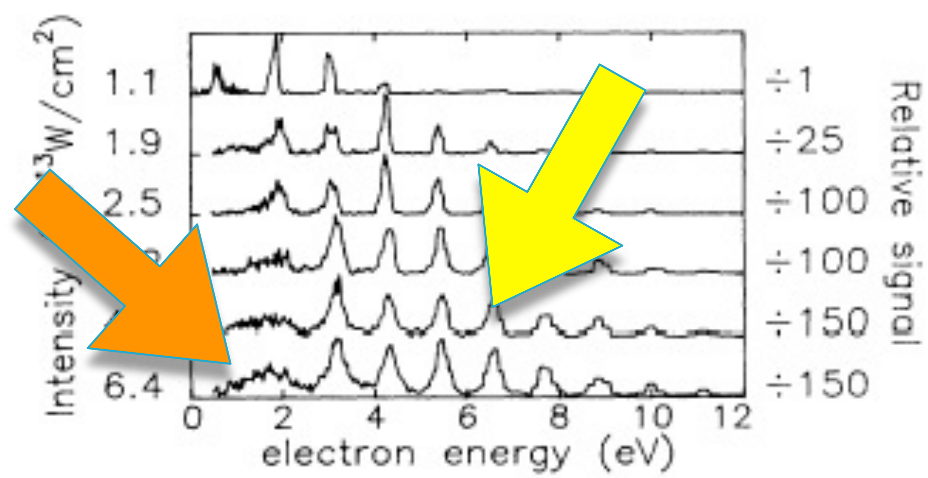


FIG. 7. Xenon photoelectron spectra for 1064-nm light. The polarization is linear, oriented along the detection axis. The rescale factor at right may be used to obtain the relative rates per unit xenon density.

MacIlrath *et al.*, Phys. Rev. A 35, 4611 (1987)
AT&Tベル研のグループ

高強度では

- 吸収光子数によらず、ピークの高さが同程度→**非摂動論的**
- 低次の吸収ピークが消える（peak suppression）→**非摂動論的**

UT-PSC
Photon Science Center of the University of Tokyo

石川顕一

高次の摂動論

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = (H_0 + H_I)\psi$$

$$H_I = \left(e\sum_{j=1}^{n}\mathbf{r}_j\right)\cdot\mathbf{E}(t)$$

または

$$H_I = \frac{e}{m}\left(\sum_{j=1}^{n}\mathbf{p}_j\right)\cdot\mathbf{A}(t) + \frac{ne^2}{2m}\mathbf{A}^2(t)$$

$(e > 0)$

LENGTH FORM

$$\psi_L = \exp\left[i\frac{e}{\hbar}\sum_j \mathbf{A}(t)\cdot\mathbf{r}_j\right]\psi_V$$

VELOCITY FORM

断面積

$$\sigma_N = \frac{2\pi}{\hbar}\left(\frac{2e^2\hbar\omega}{\epsilon_0 c}\right)^N \sum_f \left|M_{i\to f}^{(N)}\right|^2$$

単位　$\mathrm{cm}^{2N}\mathrm{s}^{N\text{-}1}$

$$M_{i\to f}^{(N)} = \sum_{j',j'',\cdots,j'''} \frac{\langle i|x|j'\rangle\langle j'|x|j''\rangle\cdots\langle j'''|x|f\rangle}{(E_i+\hbar\omega-E_{j'})(E_i+2\hbar\omega-E_{j''})\cdots(E_i+(N-1)\hbar\omega-E_{j'''})}$$

高次の摂動論

水素原子の$(N+S)$光子電離の断面積 $(\mathrm{cm}^{2(N+S)}/\mathrm{W}^{N+S}/\mathrm{s})$

Gontier and Trahin, J. Phys. B 13, 4383 (1980)

	最小限必要な光子数 N			
余分の光子数 S	6 (530 nm)	8 (650 nm)	10 (910 nm)	12 (1082 nm)
0	1.39×10^{-69}	1.49×10^{-97}	4.51×10^{-123}	3.46×10^{-149}
1	2.84×10^{-83}	9.85×10^{-111}	7.78×10^{-136}	9.81×10^{-162}
2	2.92×10^{-97}	2.53×10^{-124}	5.35×10^{-149}	1.10×10^{-174}
3	2.80×10^{-111}	5.84×10^{-138}	2.61×10^{-162}	1.08×10^{-187}
4	2.66×10^{-125}	1.35×10^{-151}	1.89×10^{-175}	9.87×10^{-201}
5	2.32×10^{-139}	2.75×10^{-165}	1.04×10^{-188}	8.91×10^{-214}
S=0と1が同じになる強度 $(\mathrm{W/cm^2})$ →	4.89×10^{13}	1.51×10^{13}	5.80×10^{12}	3.53×10^{12}

非摂動論的になる強度の目安

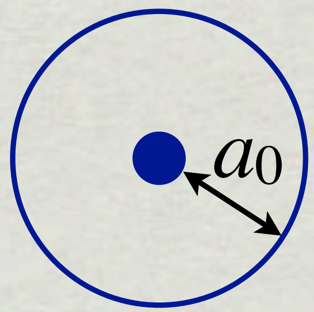
長波長ほど低強度

実験と整合

UT-PSC
Photon Science Center of the University of Tokyo

非摂動論的？

原子核からのクーロン力　＝　レーザー電界からの力　？



$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a_0^2} \qquad eE$$

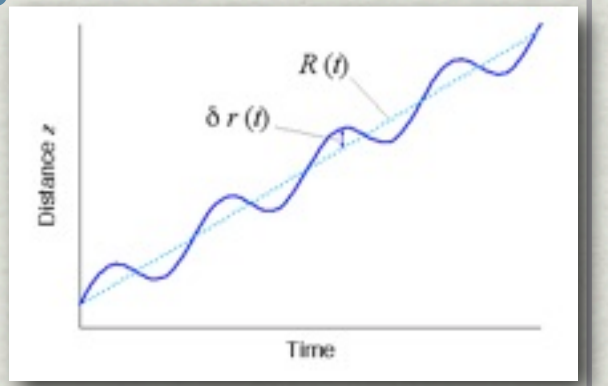
$$I = 3.51 \times 10^{16}\ \mathrm{W/cm^2}$$

- なぜ、これよりずっと低い強度で非摂動論的になるのか？
- なぜ、長波長ほど、低強度で非摂動論的になるのか？
- なぜ、低次の光電子ピークが消えるのか？

UT-PSC
Photon Science Center of the University of Tokyo

別の観点から
見てみよう
プラズマ

電磁波中の荷電粒子



$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \frac{1}{2}[\mathbf{E}_0(\mathbf{r},t)e^{-i\omega t} + \mathrm{c.c.}] = |\mathbf{E}_0|\cos(\omega t + \varphi)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \frac{1}{2}[\mathbf{B}_0(\mathbf{r},t)e^{-i\omega t} + \mathrm{c.c.}] = |\mathbf{B}_0|\cos(\omega t + \varphi)$$

振動数ωにくらべてゆっくり変化（エンベロープ）

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{R}(t) + \delta\mathbf{r}(t)$$

ミクロな振動運動（振動数ω）　$\delta\mathbf{r}(t) = \delta\mathbf{r}_0 e^{-i\omega t} + \mathrm{c.c.}$

マクロなドリフト運動

δr$_0$のスケールでは、**E**$_0$, **B**$_0$はほとんど変わらない。

$$|\delta\mathbf{r}_0 \cdot \nabla\mathbf{E}_0| \ll |\mathbf{E}_0|$$

$$|\delta\mathbf{r}_0 \cdot \nabla\mathbf{B}_0| \ll |\mathbf{B}_0|$$

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{V}(t) + \delta\mathbf{v}(t)$$

電子の速度は非相対論的　$\mathbf{V} \times \mathbf{B}_0 \ll \mathbf{E}_0$

$$\delta\mathbf{v}(t) = \delta\mathbf{v}_0 e^{-i\omega t} + \mathrm{c.c.}$$

振動運動の振幅

質量*m*, 電荷*q*

$$m\delta\dot{\mathbf{v}} = q\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$$

$$\delta\mathbf{v} = \delta\dot{\mathbf{r}}$$

$$\Rightarrow \quad \delta\mathbf{v}_0 = \frac{iq\mathbf{E}_0}{2m\omega} \qquad \delta\mathbf{r}_0 = -\frac{q\mathbf{E}_0}{2m\omega^2}$$

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r},t) = -\frac{\partial\mathbf{B}(\mathbf{r},t)}{\partial t} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{B}_0 = \frac{\nabla \times \mathbf{E}_0}{i\omega}$$

荷電粒子に作用する力

$$\begin{aligned}\mathbf{F} &= q[\mathbf{E}(\mathbf{r}(t),t) + \mathbf{v}(t)\times\mathbf{B}(\mathbf{r}(t),t)] \\ &= q[\mathbf{E}(\mathbf{R}+\delta\mathbf{r},t) + (\mathbf{V}+\delta\mathbf{v})\times\mathbf{B}(\mathbf{R}+\delta\mathbf{r},t)] \\ &\approx q[\mathbf{E}(\mathbf{R},t) + \delta\mathbf{r}\cdot\nabla\mathbf{E}(\mathbf{R},t) + \mathbf{V}\times\mathbf{B}(\mathbf{R},t) + \delta\mathbf{v}\times\mathbf{B}(\mathbf{R},t)]\end{aligned}$$

E, **B**, δ**r**, δ**v**に前スライドの式を代入し、高速に振動し時間平均でゼロになる$e^{i\omega t}$, $e^{i2\omega t}$, $e^{-i\omega t}$, $e^{-i2\omega t}$を含む項を無視すると

$$\begin{aligned}\mathbf{F} &\approx \frac{q}{2}\left(\delta\mathbf{r}_0^*\cdot\nabla\mathbf{E}_0 + \delta\mathbf{v}_0^*\times\mathbf{B}_0 + \mathrm{c.c.}\right) \\ &= -\frac{q^2}{4m\omega^2}\left[\mathbf{E}_0\cdot\nabla\mathbf{E}_0^* + \mathbf{E}_0\times(\nabla\times\mathbf{E}_0^*) + \mathrm{c.c.}\right] = -\frac{q^2}{4m\omega^2}\nabla|\mathbf{E}_0|^2\end{aligned}$$

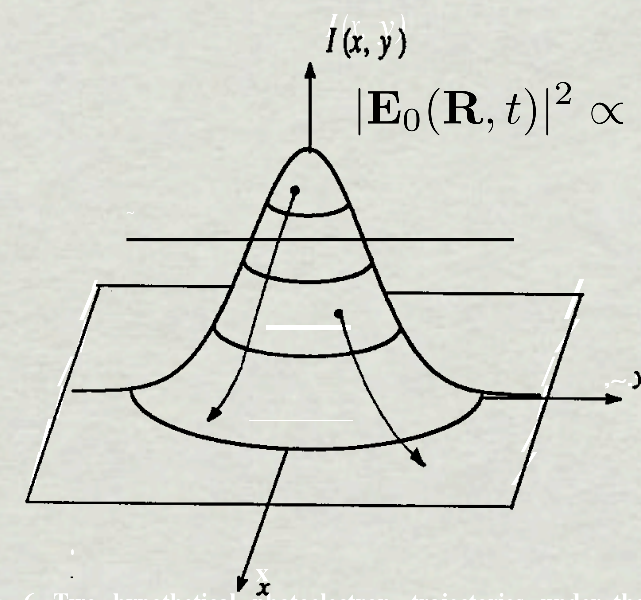
$$\mathbf{F} = -\nabla U_p(\mathbf{R},t) \qquad U_p(\mathbf{R},t) = \frac{q^2|\mathbf{E}_0(\mathbf{R},t)|^2}{4m\omega^2}$$

ポンデロモーティブポテンシャル（エネルギー）

ポンデロモーティブ力（動重力）

- ポテンシャル力
- 電磁波の強度に比例
- 電荷の正負によらず向きが同じ（ビームの中心から外へ）
- 軽い粒子ほど大きなエネルギー
- 荷電粒子は、レーザー場中にただいるだけでU_pのエネルギーを持っている。

$|\mathbf{E}_0(\mathbf{R},t)|^2 \propto I(\mathbf{R},t)$



ミクロな視点からみた

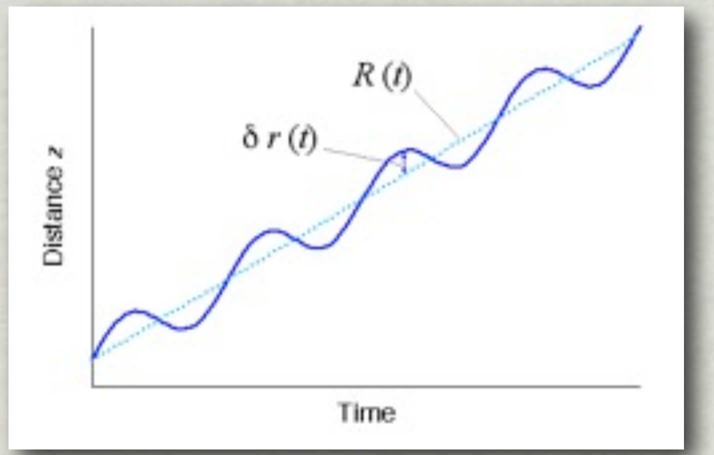
ポンデロモーティブエネルギー

振動電界中の質量*m*, 電荷*q*の荷電粒子の運動

$$E(t) = E_0 \sin \omega t$$

$$m\dot{v} = qE_0 \sin \omega t$$

$$v = -\frac{qE_0}{m\omega} \cos \omega t \; + \text{並進運動}$$



振動運動(quiver motion, jitter motion)のエネルギー

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{q^2 E_0^2}{2m\omega^2} \cos^2 \omega t \qquad \text{時間平均} \qquad \left\langle \frac{1}{2} m v^2 \right\rangle = \frac{q^2 E_0^2}{4m\omega^2} = U_p$$

電子の場合

$$U_p(\mathrm{eV}) = \frac{e^2 E_0^2}{4m\omega^2} = 9.337 \times 10^{-14} I(\mathrm{W/cm^2}) \lambda^2 (\mu\mathrm{m})$$

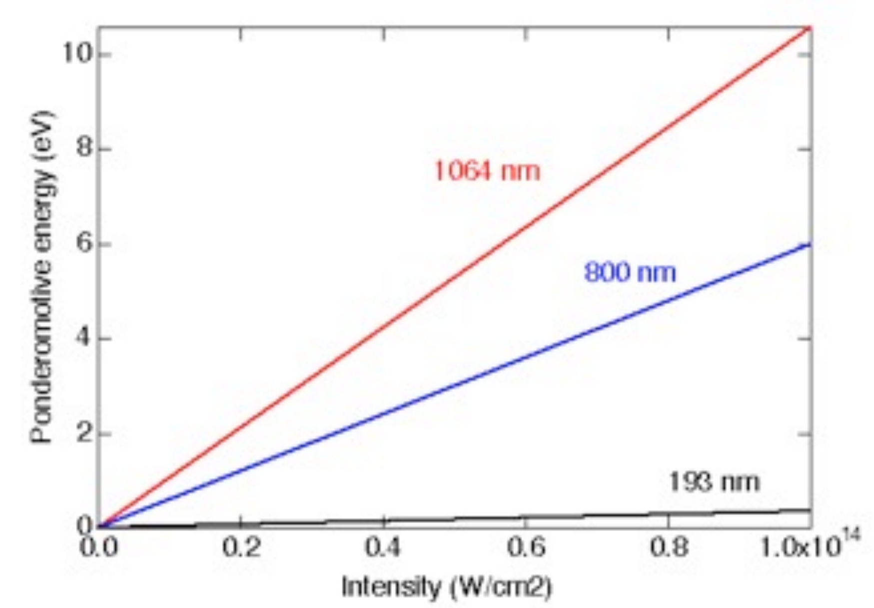
- 電子（荷電粒子）は、レーザー場中にただいるだけでU_pのエネルギーを持っている。

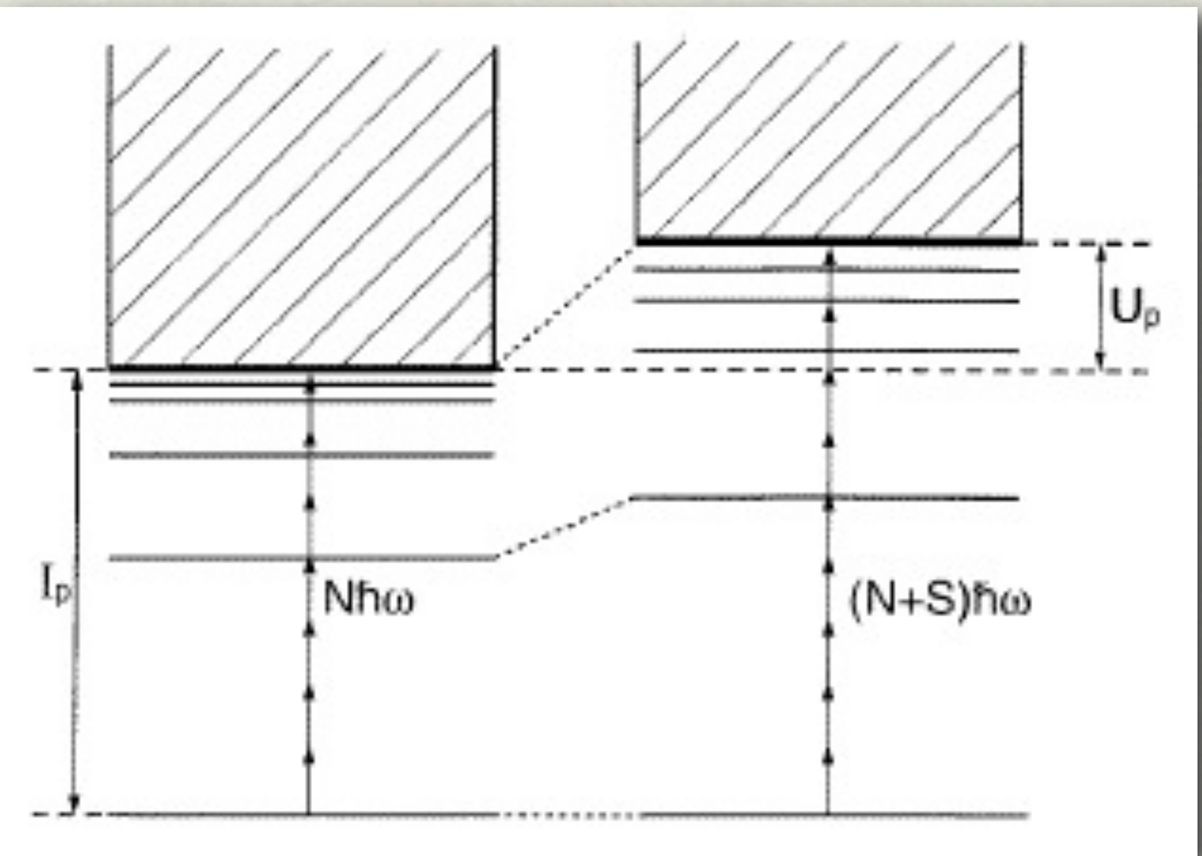
低次のピークがなくなるのはポンデロモーティブシフトの効果

実効的なイオン化ポテンシャルがI_p+U_pになる。

$$U_p(\mathrm{eV}) = \frac{e^2E_0^2}{4m\omega^2} = 9.337\times10^{-14}I(\mathrm{W/cm^2})\lambda^2(\mu\mathrm{m})$$

長波長の方が起こりやすいことも説明できる。





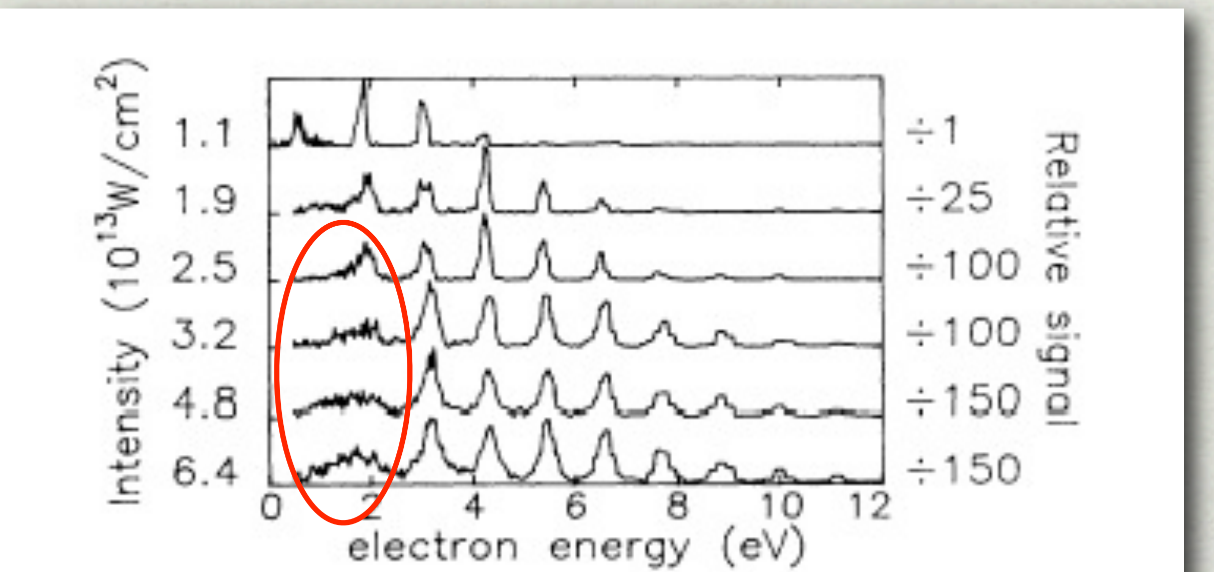
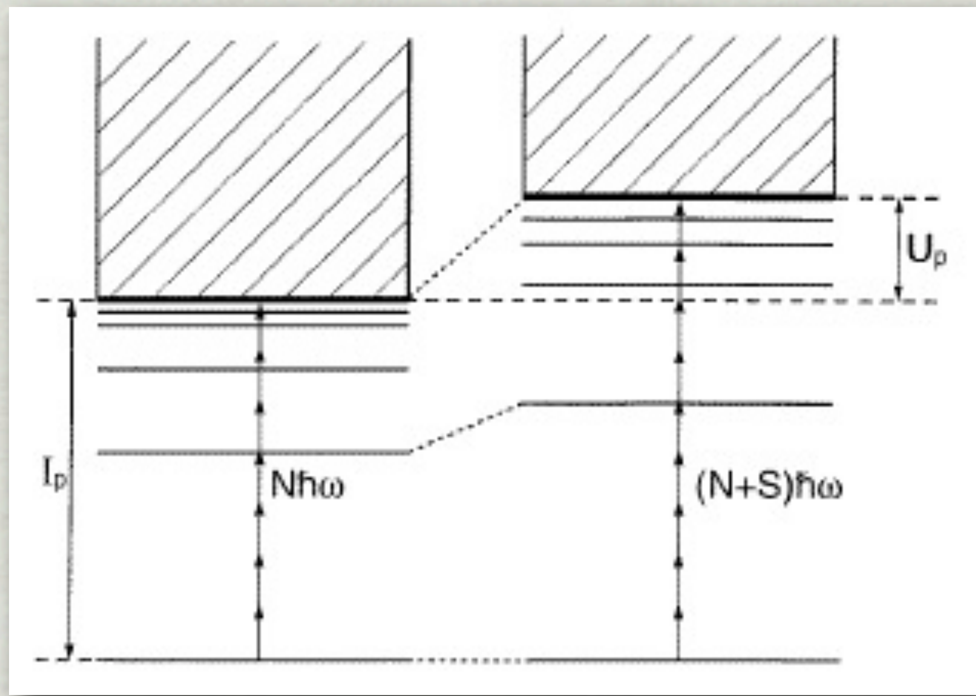


FIG. 7. Xenon photoelectron spectra for 1064-nm light. The polarization is linear, oriented along the detection axis. The rescale factor at right may be used to obtain the relative rates per unit xenon density.

低次のピークがなくなるのはポンデロモーティブシフトの効果

実効的なイオン化ポテンシャルがI_p+U_pになる。



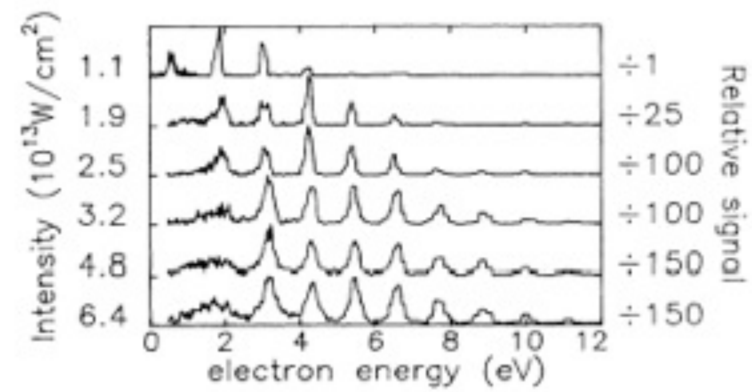


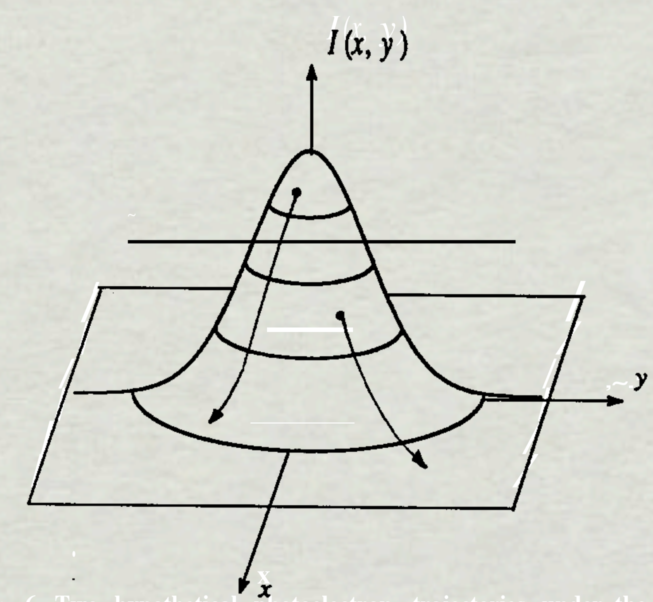
FIG. 7. Xenon photoelectron spectra for 1064-nm light. The polarization is linear, oriented along the detection axis. The rescale factor at right may be used to obtain the relative rates per unit xenon density.

イオン化に必要な光子数

$$n\hbar\omega \geq I_p + U_p$$

観測される電子のエネルギー

$$E_{\rm kin} = [n\hbar\omega - (I_p + U_p)] + U_p = n\hbar\omega - I_p$$



石川顕一

束縛電子の場合

量子力学的には：ACシュタルクシフトに対応

摂動論から $\Delta E = \frac{e^2 E_0^2}{4} \sum_n \frac{2\omega_{ni} |\mu_{in}|^2}{\omega^2 - \omega_{ni}^2} = -\frac{1}{4}\alpha(\omega) E_0^2$

電気双極子分極率

ローレンツモデルを用いると $m\ddot{x} = -eE_0 \cos\omega t - m\omega_0^2 x$

$x = x_0 \cos\omega t$ を代入して解くと $\alpha = -\frac{e^2}{m(\omega^2 - \omega_0^2)}$

$$\Delta E = \frac{e^2 E_0^2}{4m(\omega^2 - \omega_0^2)}$$

- 基底状態では負→dipole trap $\Delta E_g \approx -\frac{e^2 E_0^2}{4m\omega_0^2} \propto -I$ $\omega_0 \gg \omega$

- リュードベリ原子・自由電子では正→ビーム中心から逃げる

$$\Delta E_R \approx U_p = \frac{e^2 E_0^2}{4m\omega^2} \propto I \qquad U_p \gg |\Delta E_g|$$

U_pに比べて無視できる。

UT-PSC Photon Science Center of the University of Tokyo

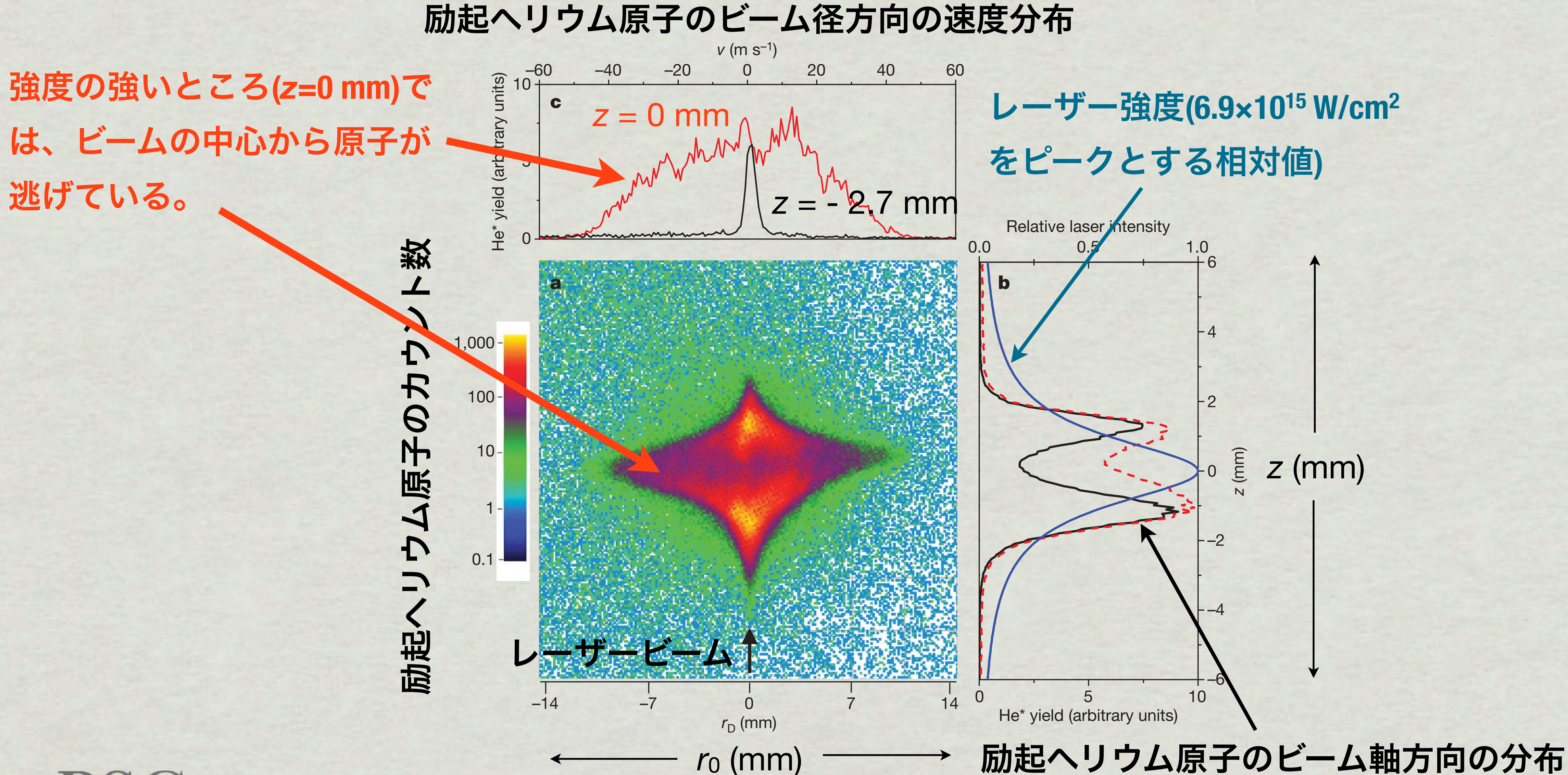
石川顕一

リュードベリ原子は、強レーザーパルスから逃げる

Acceleration of neutral atoms in strong short-pulse laser fields

Nature **461**, 1261-1264 (29 October 2009)

U. Eichmann[1,2], T. Nubbemeyer[1], H. Rottke[1] & W. Sandner[1,2]



石川顕一

非摂動論的であること のめやす（１）

低次のピークが消える

$$U_p \sim \hbar\omega \quad \Rightarrow \quad E_0^2 \sim \frac{4m\hbar\omega^3}{e^2}$$

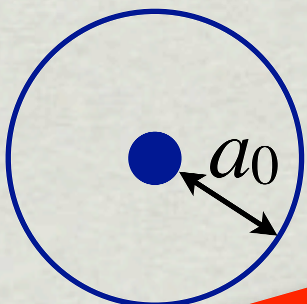
	530 nm	650 nm	910 nm	1082 nm
Gontier and Trahin	4.89×10^{13}	1.51×10^{13}	5.80×10^{12}	3.53×10^{12}
$U_p \sim \hbar\omega$	8.9×10^{13}	4.8×10^{13}	1.8×10^{13}	1.0×10^{13}

- オーダーと波長依存性がよく合っている。
- 原子・原子核の役割は？

UT-PSC
Photon Science Center of the University of Tokyo

非摂動論的？

~~原子核からのクーロン力~~ ＝ ~~レーザー電界からの力~~ ？



$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a_0^2} \qquad eE$$

$$\Rightarrow \quad I = 3.51 \times 10^{16}\ \mathrm{W/cm^2}$$

- なぜ、これよりずっと低い強度で非摂動論的になるのか？
- なぜ、長波長ほど、低強度で非摂動論的になるのか？
- なぜ、低次の光電子ピークが消えるのか？

ポンデロモーティブエネルギーでよく説明できる。

非摂動論的であること のめやす（２）

レーザー場の影響 ～ 原子核の影響

$$U_p \sim I_p$$

$$\gamma = \sqrt{\frac{I_p}{2U_p}}$$

ケルディッシュ(Keldysh)パラメーター

Keldysh, Sov. Phys. JETP 20, 1307 (1965)

$\gamma = 1$ ➡ Xe (I_p=12.13 eV), 波長1064nmで、5.7×10^{13} W/cm^{2}程度

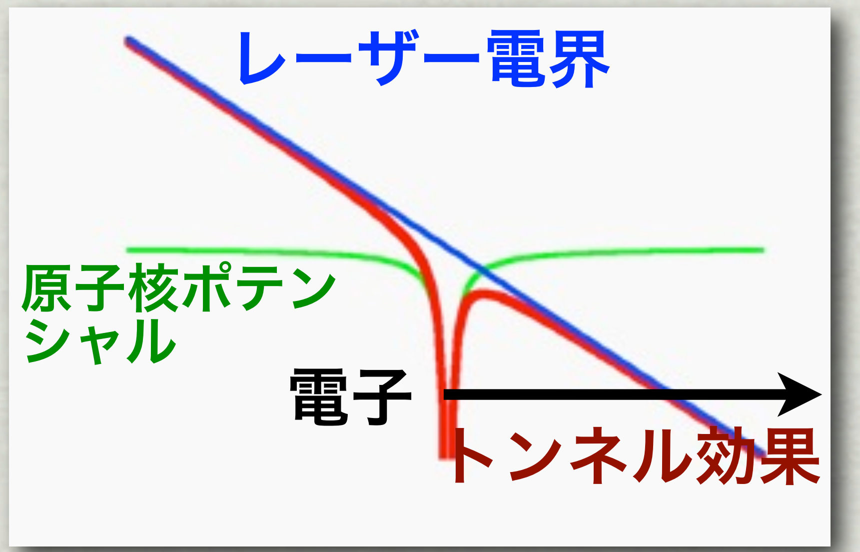
UT-PSC Photon Science Center of the University of Tokyo

Keldysh, 別のイオン化のメカニズムに気づく

Keldysh, Sov. Phys. JETP 20, 1307 (1965)

- レーザーの強度が十分に高く
- 振動数が十分に低ければ

→ **準定常近似**



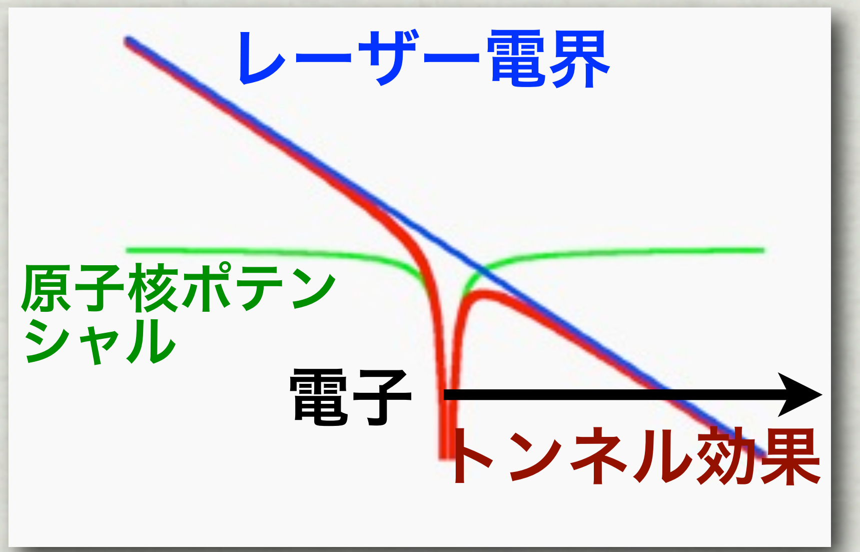
$$V(\mathbf{r},t) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r} + ezE(t)$$

トンネル効果によるイオン化がおこる

トンネル電離（トンネルイオン化）

tunneling ionization

=トンネル効果によるイオン化



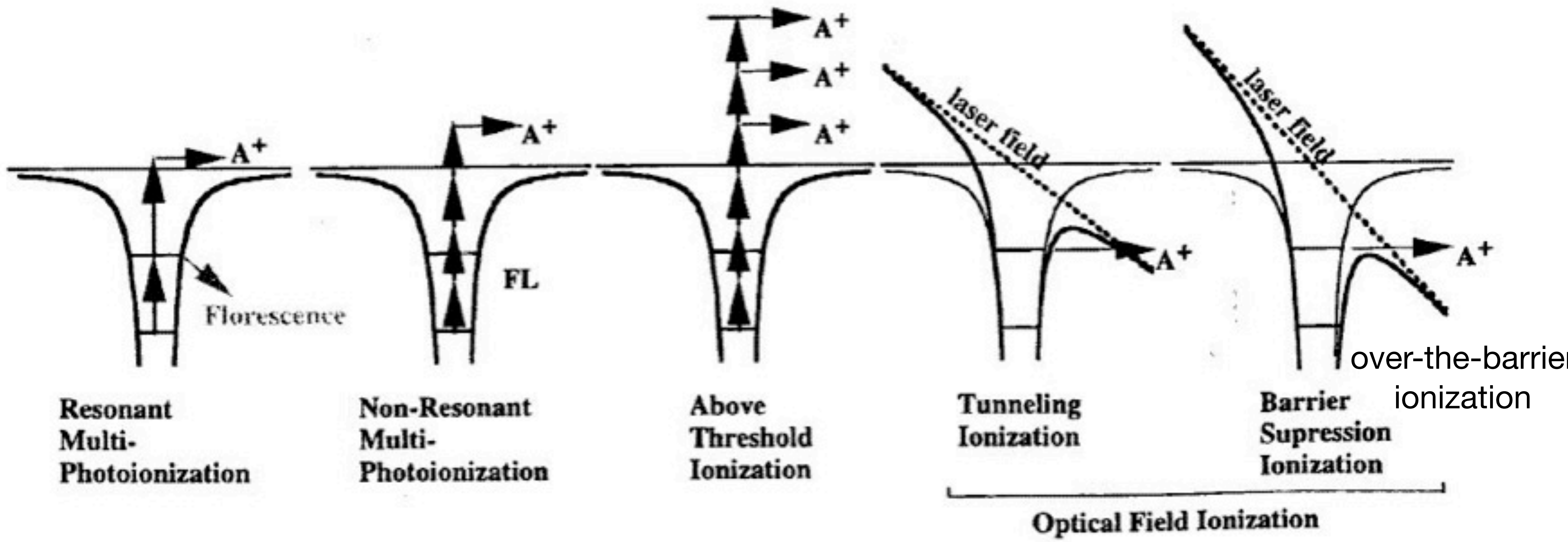
$$V(\mathbf{r},t) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r} + ezE(t)$$

電子は、光子ではなく、電界を感じてる！

UT-PSC Photon Science Center of the University of Tokyo

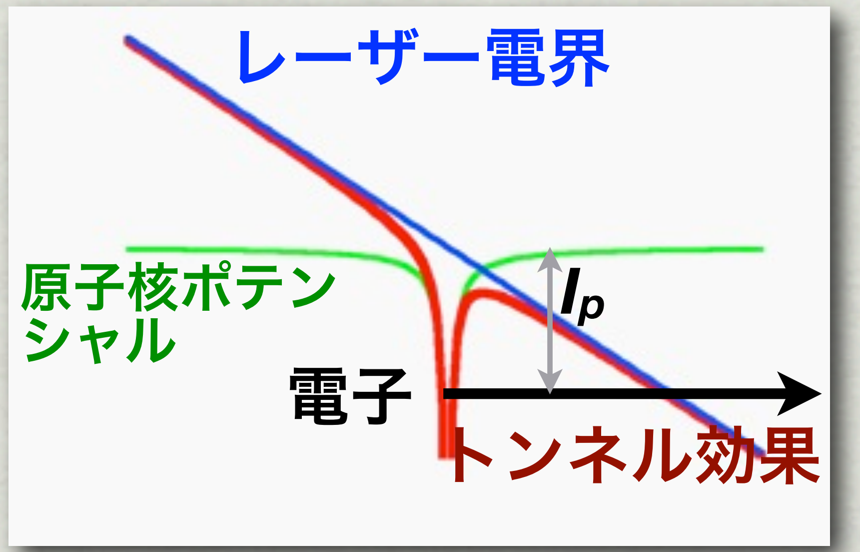
石川顕一

レーザー強度によるイオン化の変化



$I > 10^{12}$ W/cm^2 $I > 10^{13}$ W/cm^2 $I > 10^{14}$ W/cm^2

準定常近似



電子がバリアを通過するのに要する時間 **<** 光の周期（電界の変化の時間スケール）

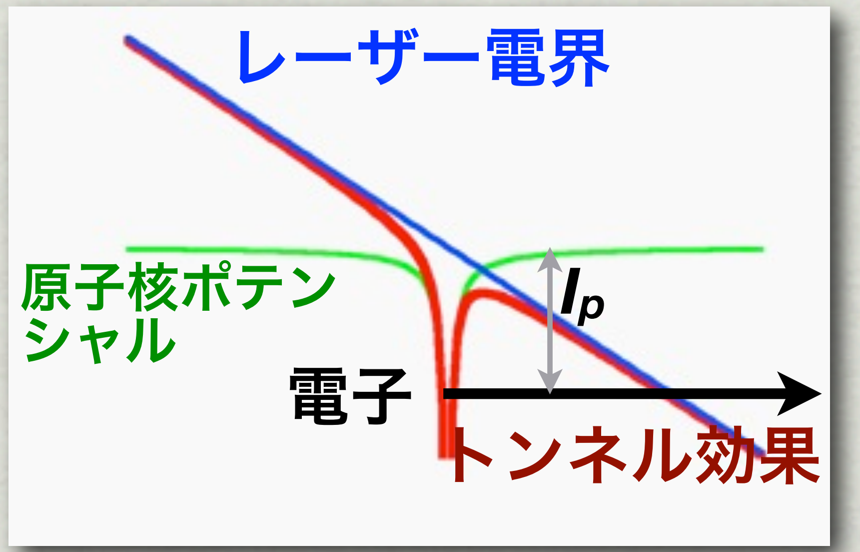
$$\frac{I_p}{eE_0} \div \sqrt{\frac{2I_p}{m}}$$

$$\frac{1}{2\omega}$$

バリアの厚さ　**電子の速度**

UT-PSC
Photon Science Center of the University of Tokyo

準定常近似



電子がバリアを通過するのに要する時間 < 光の周期（電界の変化の時間スケール）

$$\gamma = \frac{\dfrac{I_p}{eE_0} \div \sqrt{\dfrac{2I_p}{m}}}{\dfrac{1}{2\omega}} = \sqrt{\frac{I_p}{2U_p}}$$

ケルディッシュ(Keldysh)パラメーター

多光子領域とトンネル領域

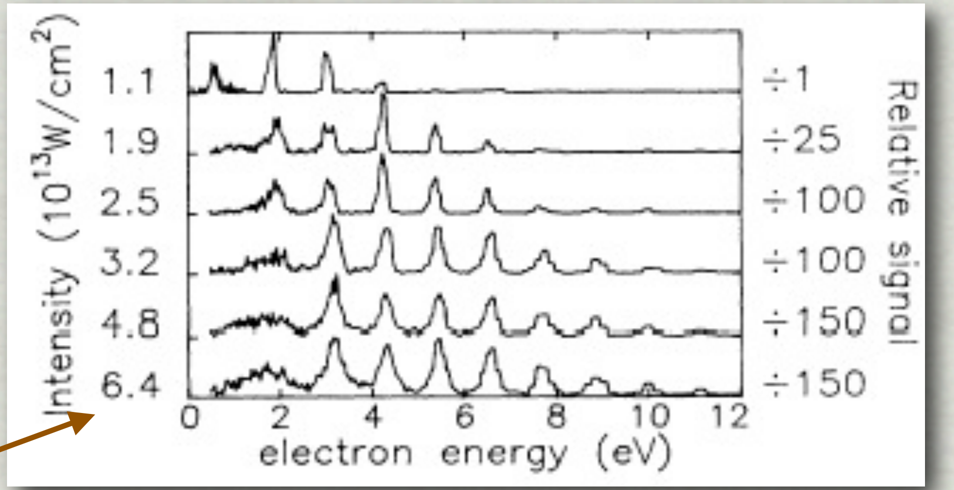
multiphoton regime **tunneling regime**

$$\gamma = \sqrt{\frac{I_p}{2U_p}}$$ **ケルディッシュ(Keldysh)パラメーター**

$\gamma > 1$: **多光子領域**

$\gamma \lesssim 1$: **トンネル領域**

トンネル領域



$\gamma = 1$ → Xe (I_p=12.13 eV), 波長1064nmで、5.7×10^{13} W/cm^2程度

UT-PSC Photon Science Center of the University of Tokyo

石川顕一

トンネル電離レート

- Ammosov-Delone-Krainov (ADK) formula

Ammosov et al. Sov. Phys. JETP 64, 1191(1986)

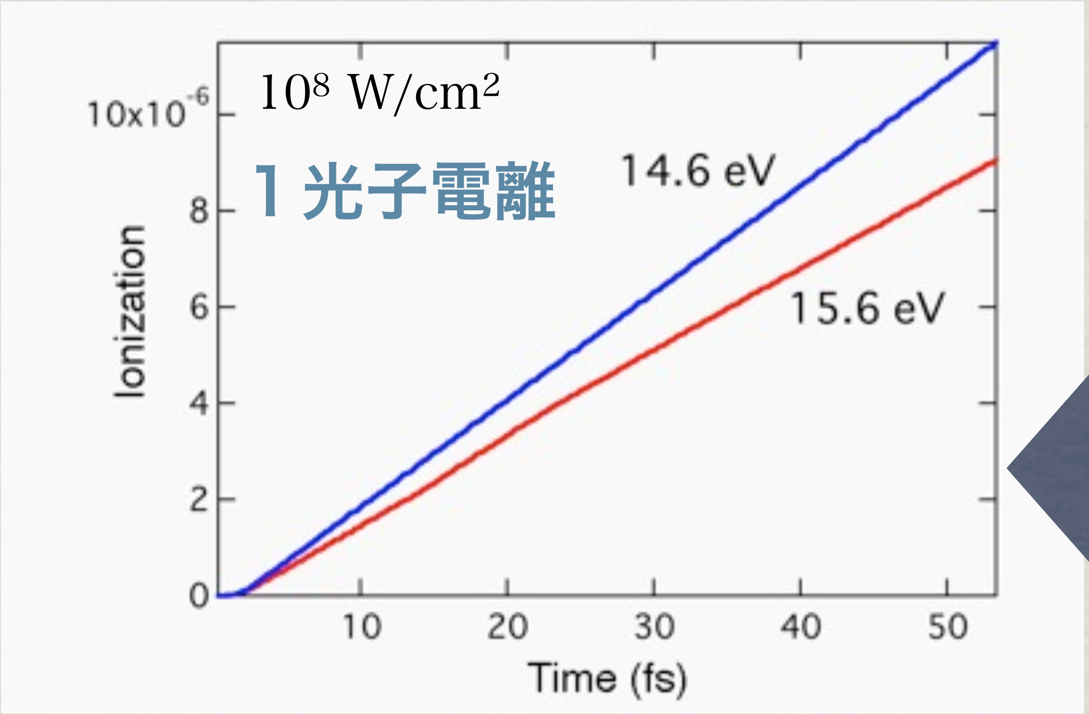
$$W \sim \sqrt{\frac{I_p}{\hbar}} \left(\frac{4\sqrt{2m}(I_p)^{3/2}}{e\hbar |E(t)|} \right)^{2n^* - m - 1} \exp\left(-\frac{4\sqrt{2m}(I_p)^{3/2}}{3e\hbar |E(t)|} \right)$$

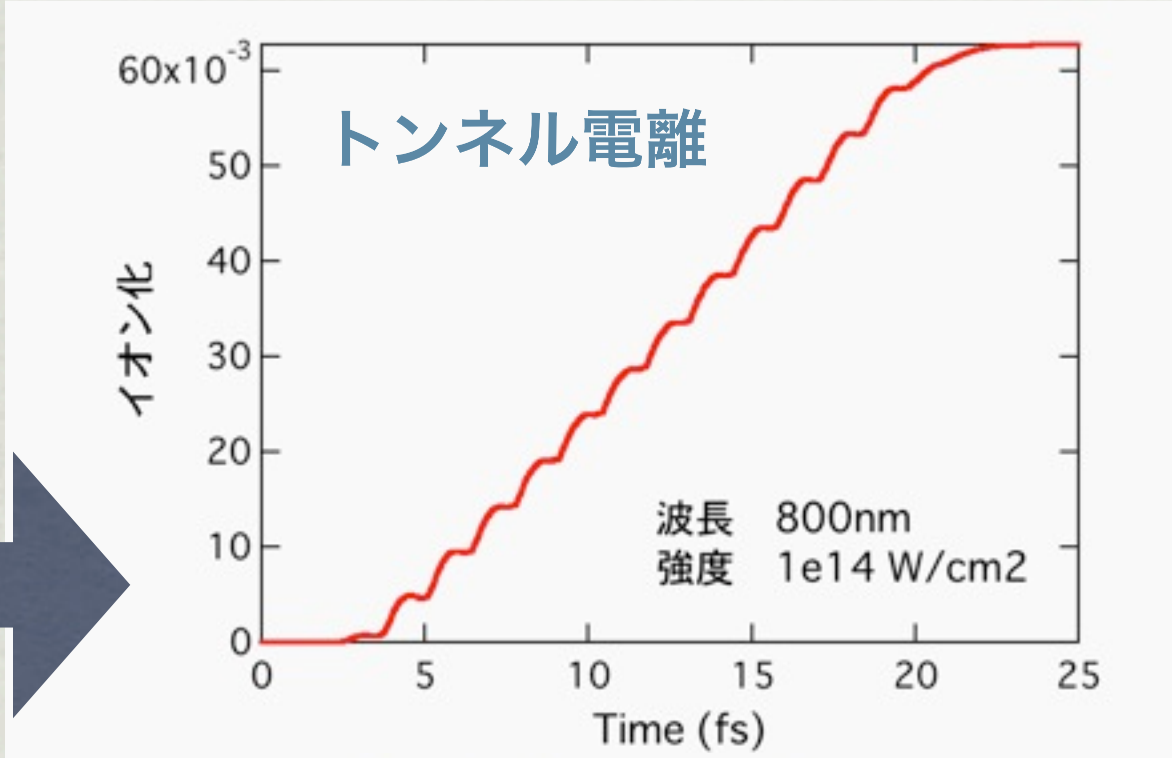
$$n^* = \sqrt{\frac{I_{p,H}}{I_p}}$$

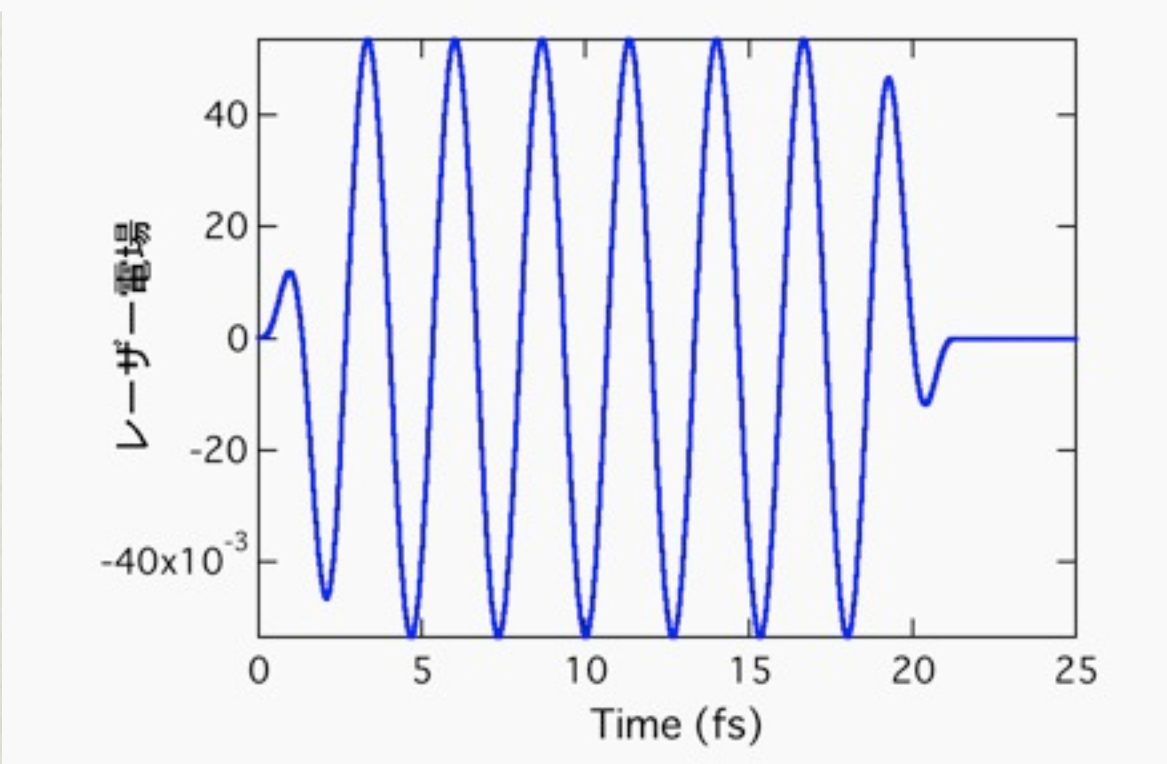
- 電界強度$E(t)$に指数関数的に依存
- 光の１周期のなかで、電界がピークになる時に選択的にイオン化（１周期あたり２回）

UT-PSC
Photon Science Center of the University of Tokyo

トンネル電離は階段状に進行する

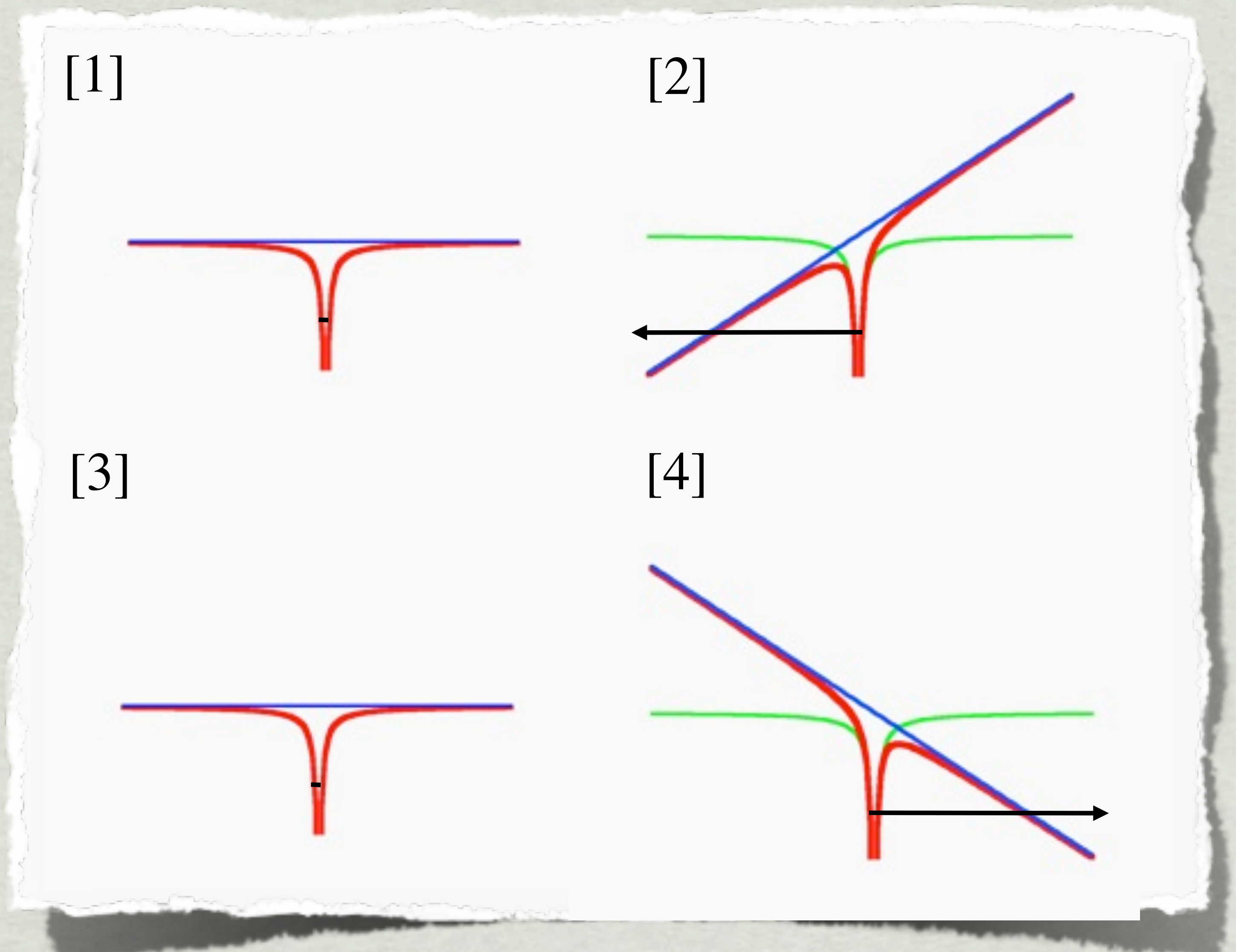


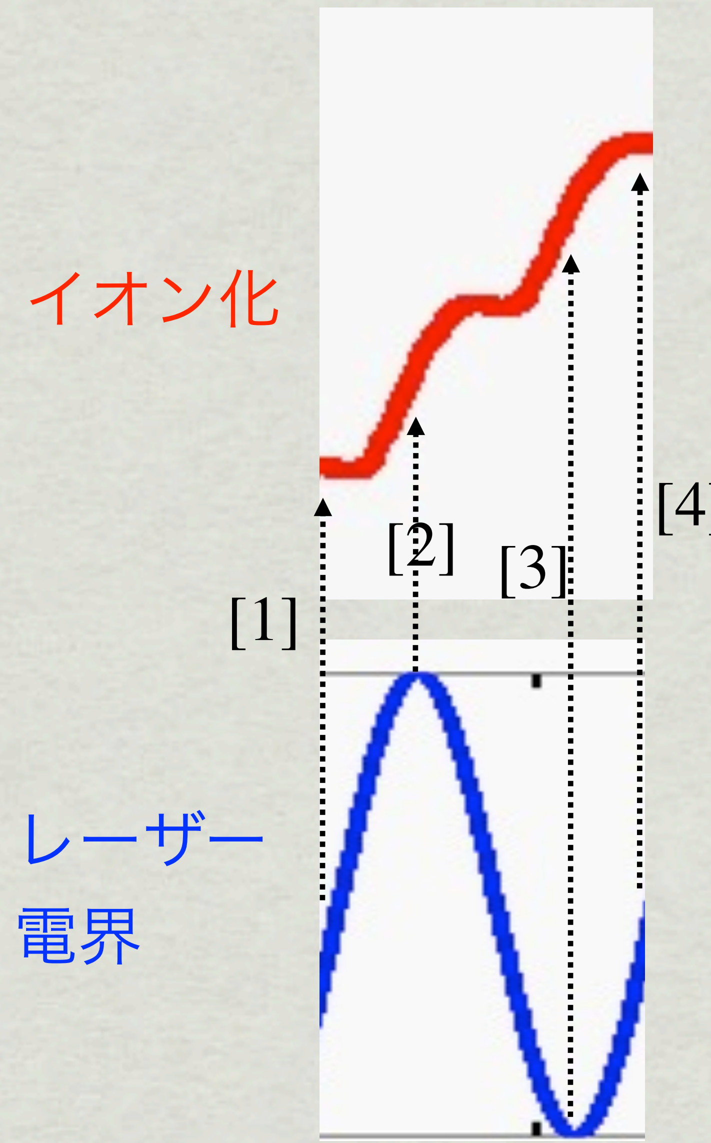




UT-PSC
Photon Science Center of the University of Tokyo

光の１周期のなかで、電界がピークになる瞬間に選択的にイオン化





数値計算法

時間依存シュレーディンガー方程式
Time-Dependent Schrödinger Equation (TDSE)

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi(\mathbf{r},t) = \left[-\frac{1}{2}\nabla^2 + V(r) + zE(t)\right]\psi(\mathbf{r},t)$$

SINGLE-ACTIVE-ELECTRON (SAE) 近似

$$V(r) = -\frac{1 + Ae^{-r} + (Z-1-A)e^{-Br}}{r}$$

A, B : 基底状態と第１励起準位のエネルギーを再現するように決める

微分方程式 ➡ 差分方程式

どうメッシュを切るか？

$\left(x_i, y_j, z_k\right)$ $\left(r_i, \theta_j, \phi_k\right)$ ➡ ３次元

$$\psi(\mathbf{r},t) = \sum_l \sum_m R_{lm}(r) Y_l^m(\theta,\phi)$$ ➡ 一見 $\left(r_i, l, m\right)$ の３次元

⬇ 直線偏光では $m=0$ のみ有限

$$\psi(\mathbf{r},t) = \sum_l R_l(r) Y_l^0(\theta,\phi)$$ ➡ $\left(r_i, l\right)$ の２次元

UT-PSC
Photon Science Center of the University of Tokyo

Peaceman-Rachford 法（右辺の離散化）

$r_j = (j - \frac{1}{2})\Delta r$

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi(\mathbf{r},t) = \left[-\frac{1}{2}\nabla^2 + V(r) + zE(t)\right]\psi(\mathbf{r},t)$$

$$\psi(\mathbf{r},t) = \sum_l R_l(r,t)Y_l^0(\theta,\phi) \qquad g_l^j = r_j R_l(r_j,t) \qquad r_j = \left(j - \frac{1}{2}\right)\Delta r$$

$$i\frac{\partial}{\partial t}g_l^j = -\frac{c_j g_l^{j+1} - 2d_j g_l^j + c_{j-1}g_l^{j-1}}{2(\Delta r)^2} + \left(\frac{l(l+1)}{2r_j^2} + V(r_j)\right)g_l^j$$

➡ 原子のハミルトニアン (*l* 不変)

$$+ \quad r_j E(t)\left(a_l g_{l+1}^j + a_{l-1}g_{l-1}^j\right)$$

➡ 相互作用ハミルトニアン

l と *l* ±1 を結合

選択則と関連

$$= \quad (H_0 g)_l^j + (H_I g)_l^j$$

$$c_j = \frac{j^2}{j^2 - 1/4}, \quad d_j = \frac{j^2 - j + 1/2}{j^2 - j + 1/4}, \quad a_l = \frac{l+1}{\sqrt{(2l+1)(2l+3)}}$$

UT-PSC
Photon Science Center of the University of Tokyo

Peaceman-Rachford 法（時間発展）

TEMPORAL EVOLUTION

$$i\frac{\partial}{\partial t}g_l^j = \left(H_0 g\right)_l^j + \left(H_I g\right)_l^j$$

l 不変

j について３重対角

j 不変

l について３重対角

ALTERNATING DIRECTIONS IMPLICIT SCHEME

$$g_l^j(t+\Delta t) = \left[I + \frac{1}{2}iH_0\Delta t\right]^{-1}\left[I + \frac{1}{2}iH_I\Delta t\right]^{-1}\left[I - \frac{1}{2}iH_I\Delta t\right]\left[I - \frac{1}{2}iH_0\Delta t\right]$$

- t に関して２次の精度
- 近似的にユニタリ

クランク・ニコルソン法の拡張版

UT-PSC
Photon Science Center of the University of Tokyo

トンネル電離レート

- Ammosov-Delone-Krainov (ADK) formula

Ammosov et al. Sov. Phys. JETP 64, 1191(1986)

$$W \sim \sqrt{\frac{I_p}{\hbar}} \left(\frac{4\sqrt{2m}(I_p)^{3/2}}{e\hbar|E(t)|} \right)^{2n^*-m-1} \exp\left(-\frac{4\sqrt{2m}(I_p)^{3/2}}{3e\hbar|E(t)|} \right) \qquad n^* = \sqrt{\frac{I_{p,H}}{I_p}}$$

電界がピークの時　$|E(t)| = E_0$

$$W \sim \sqrt{\frac{I_p}{\hbar}} \left(4\,\gamma\,\frac{I_p}{\hbar\omega} \right)^{2n^*-m-1} \exp\left(-\frac{4}{3}\,\gamma\,\frac{I_p}{\hbar\omega} \right) \qquad \gamma = \sqrt{\frac{I_p}{2U_p}}$$

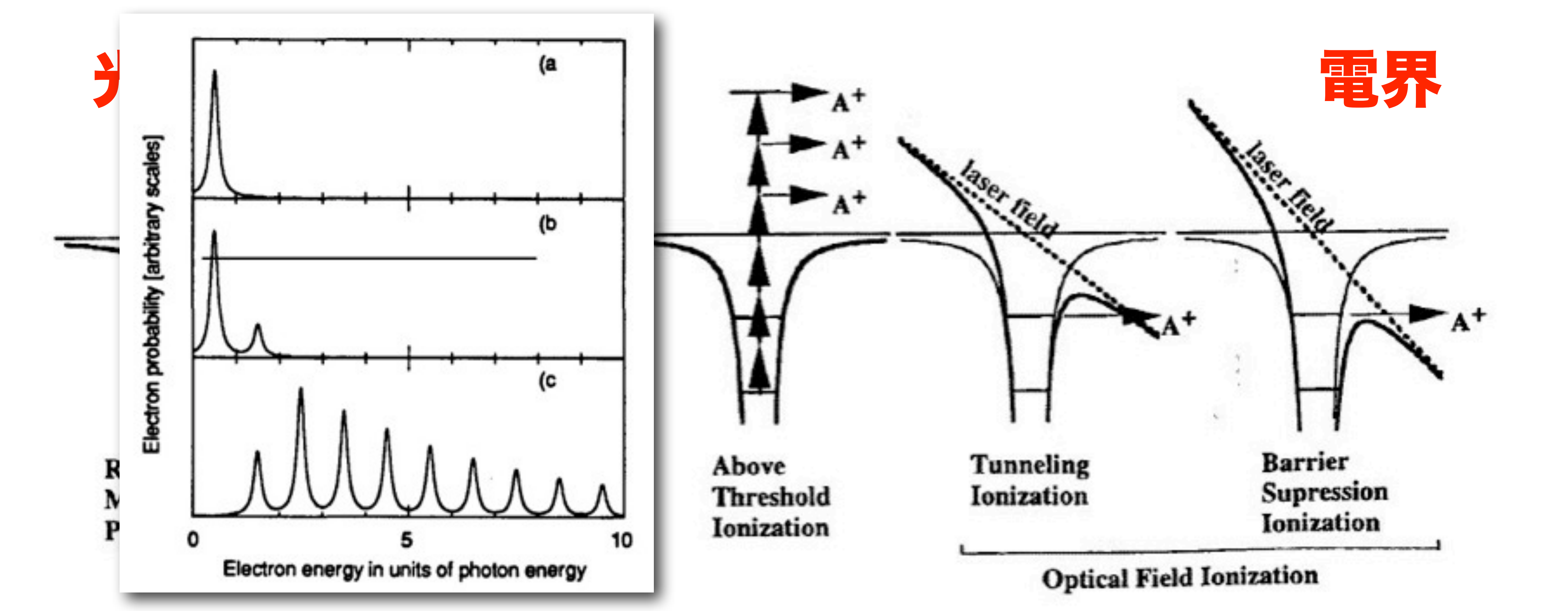
$$U_p = \frac{e^2 E_0^2}{4m\omega^2}$$

トンネル電離が重要なのは

- Keldyshパラメーター(γ)が十分小さいとき
- 光の振動数が高すぎず、低すぎないとき（トンネル領域(γ<1)だからといってトンネル電離するわけではない！→テラヘルツ光のとき注意）

UT-PSC
Photon Science Center of the University of Tokyo

レーザー強度によるイオン化の変化



$I > 10^{12}$ W/cm^2 $I > 10^{13}$ W/cm^2 $I > 10^{14}$ W/cm^2

UT-PSC
Photon Science Center of the University of Tokyo

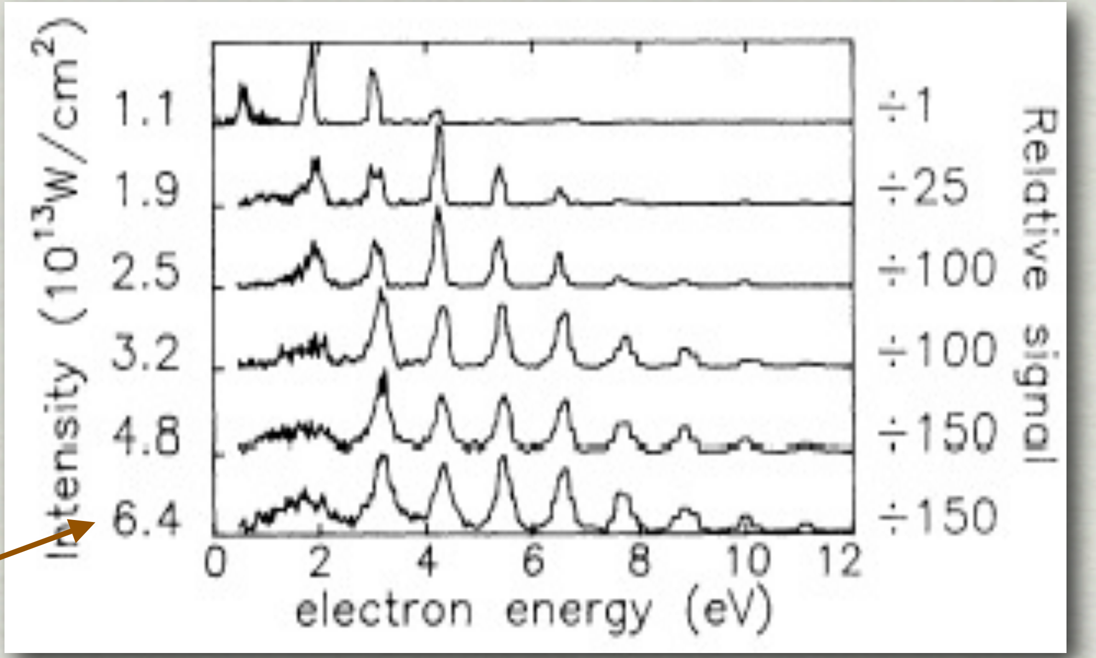
石川顕一

トンネル電離でも光電子スペクトルは離散的

$$\gamma = \sqrt{\frac{I_p}{2U_p}}$$ ケルディッシュ(Keldysh)パラメーター

$\gamma > 1$: 多光子領域

$\gamma \lesssim 1$: トンネル領域



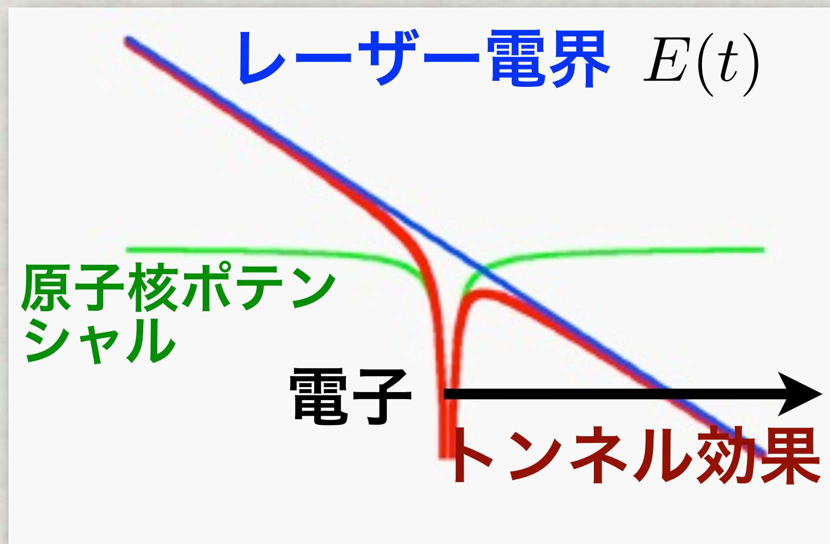
トンネル領域

$\gamma = 1$ ➡ Xe (I_p=12.13 eV), 波長1064nmで、5.7×10^{13} W/cm^2程度

なぜ、トンネル電離でも光電子スペクトルは離散的なのか？

トンネル電離後の電子の経路

イオン化後は原子核（イオン）からのクーロンポテンシャルを無視（高強度場近似）



時刻 t_r でイオン化。初速ゼロ $v(t') = 0$

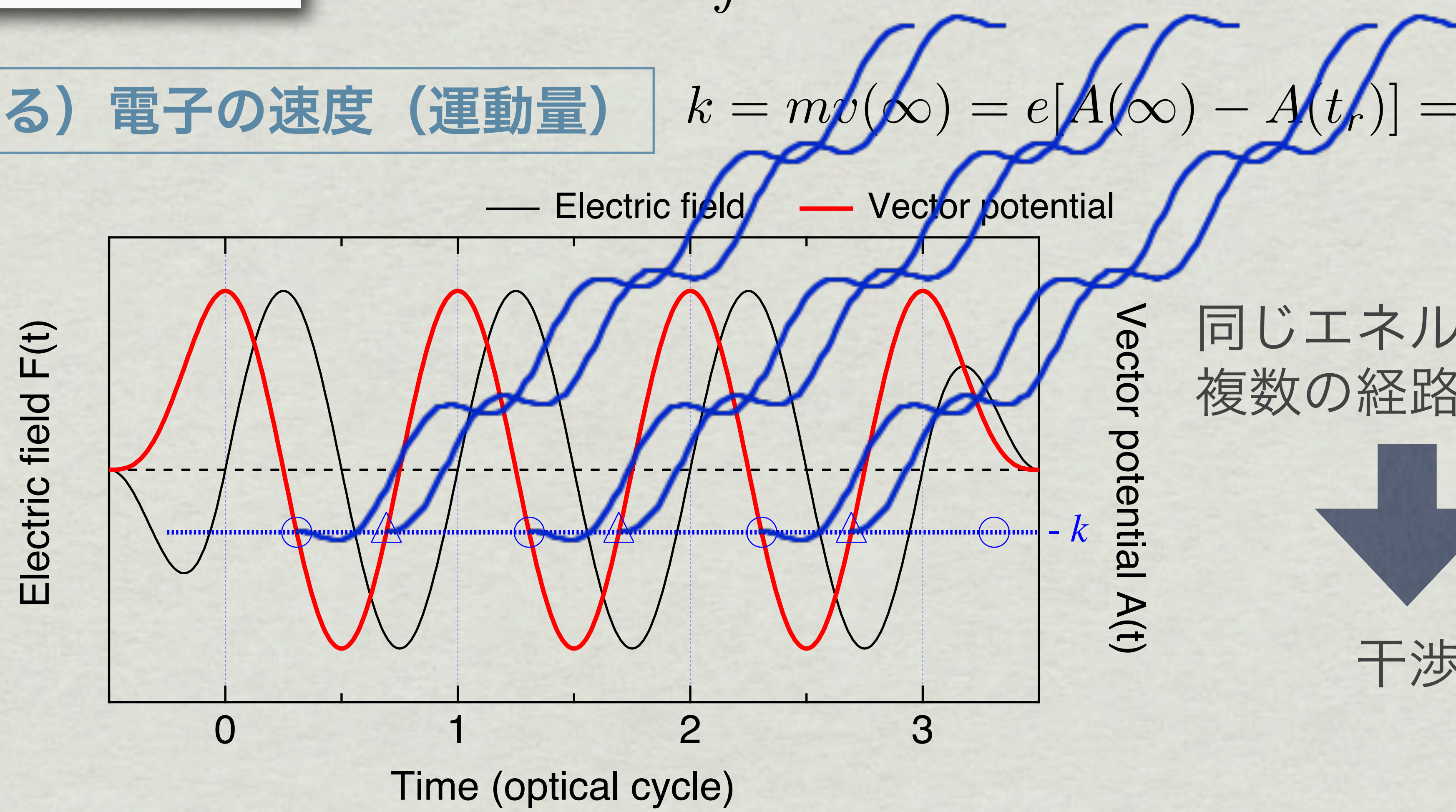
$$m\dot{v} = -eE(t)$$

$$mv(t) = -e\int_{t_r}^{t} E(t) = e[A(t) - A(t_r)]$$

$$A(t) = -\int E(t)dt$$ ベクトルポテンシャル

最終的な（観測される）電子の速度（運動量）

$$k = mv(\infty) = e[A(\infty) - A(t_r)] = -eA(t_r)$$



同じエネルギーに複数の経路が寄与

干渉

電子経路の量子力学的干渉

個々の経路 i の持つ位相 $\exp\left(\frac{iS(t_r^{(i)})}{\hbar}\right)$

Volkov波動関数

$$\Psi_V(z,t) = \exp\left[i(k+eA(t))z - \frac{iS(t)}{\hbar}\right]$$

作用(action)

$$S(t) = \int dtL = \int_\infty^t dt' \left[\frac{(k+eA(t'))^2}{2m} + I_p\right]$$

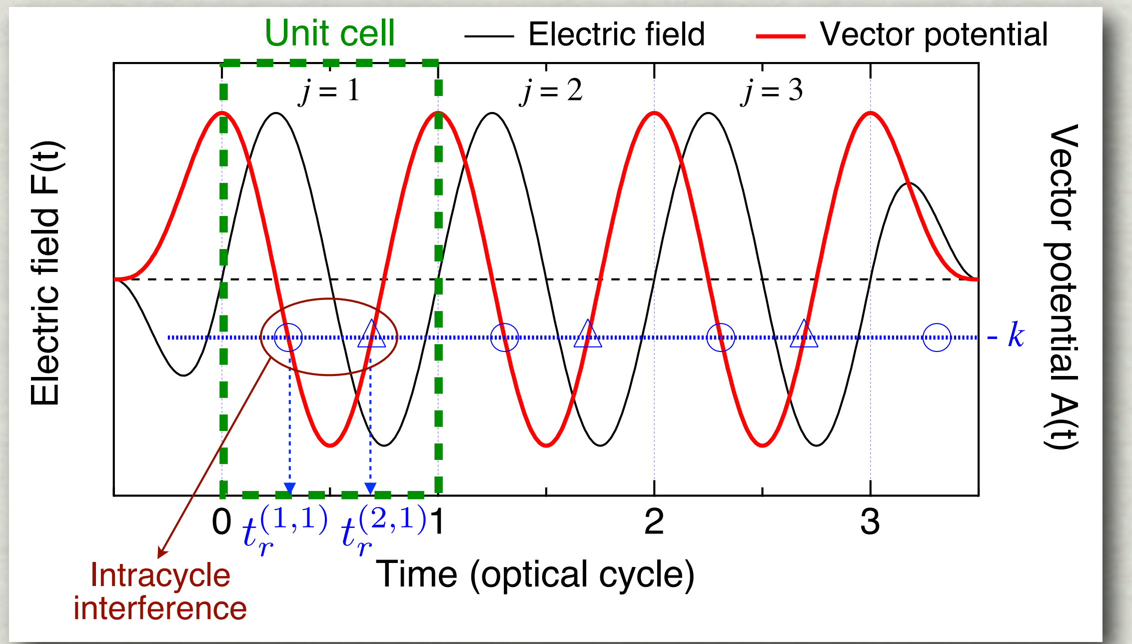
$$= 2U_p\left[\left(1+\frac{\cos(2\omega t)}{2}\right)t - \frac{3}{4\omega}\sin(2\omega t)\right] + I_p t$$

光電子の運動量分布

$$P(k) \propto \left|\sum_i \exp\left(\frac{iS(t_r^{(i)})}{\hbar}\right)\right|^2$$

$$\propto \boxed{\cos^2\left(\frac{\Delta S}{2}\right)} \boxed{\left|\sum_j \exp\left(\frac{iS(t_r^{(1j)})}{\hbar}\right)\right|^2}$$

サイクル**内**干渉　　サイクル**間**干渉



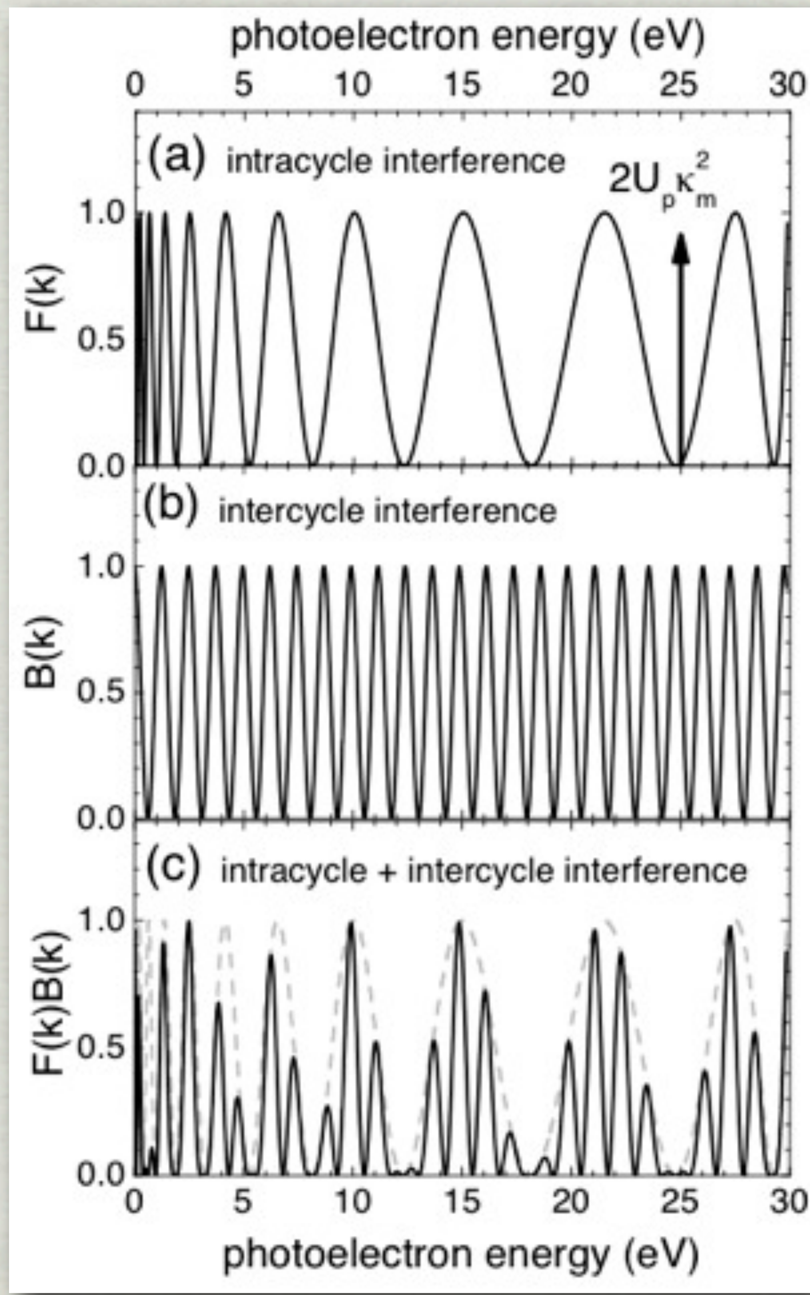
$$\Delta S = S(t_r^{(2,1)}) - S(t_r^{(1,1)})$$

Arbo, Ishikawa et al.,Phys. Rev. A 81, 021403(R) (2010)

UT-PSC Photon Science Center of the University of Tokyo

サイクル内干渉とサイクル間干渉

$$P(k) \propto \left| \sum_i \exp\left(\frac{iS(t_r^{(i)})}{\hbar}\right) \right|^2 \propto \underbrace{\boxed{\cos^2\left(\frac{\Delta S}{2}\right)}}_{\text{サイクル内干渉}} \underbrace{\boxed{\left| \sum_j \exp\left(\frac{iS(t_r^{(1j)})}{\hbar}\right) \right|^2}}_{\text{サイクル間干渉}}$$



サイクル**内**干渉 サイクル**間**干渉

$$\Delta S = S(t_r^{(2,1)}) - S(t_r^{(1,1)})$$

サイクル間干渉 $$t_r^{(1,j)} = t_r^{(1,1)} + \frac{2\pi}{\omega}(j-1)$$

レーザー電界の周期ごと

$$\sigma = S(t_r + 2\pi/\omega) - S(t_r) = \frac{2\pi}{\omega}\left(\frac{k^2}{2m} + U_p + I_p\right)$$

$$\sum_j \exp\left(\frac{iS(t_r^{(1j)})}{\hbar}\right) \propto 1 + \exp(i\sigma/\hbar) + \exp(2i\sigma/\hbar) + \cdots$$

ピーク（干渉が強め合う）の条件 $$\frac{\sigma}{\hbar} = 2\pi n$$

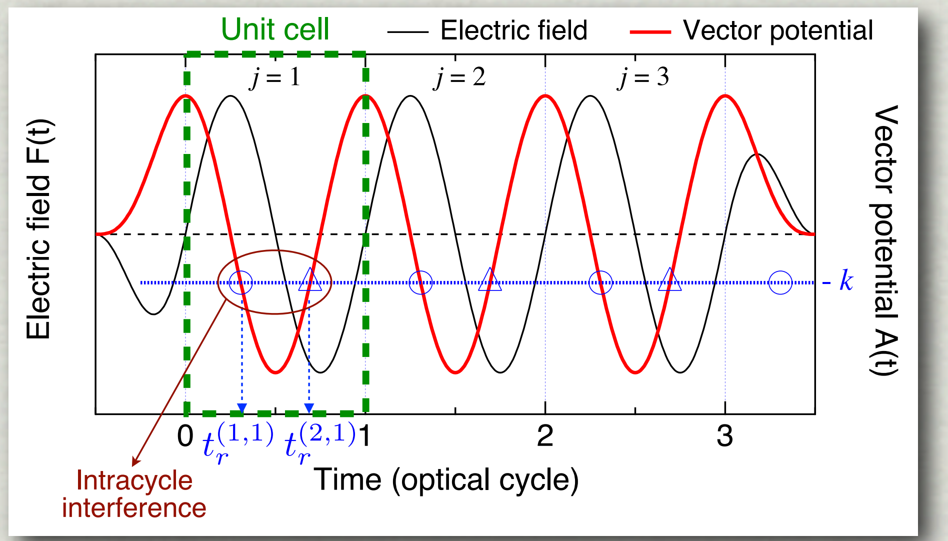
整数

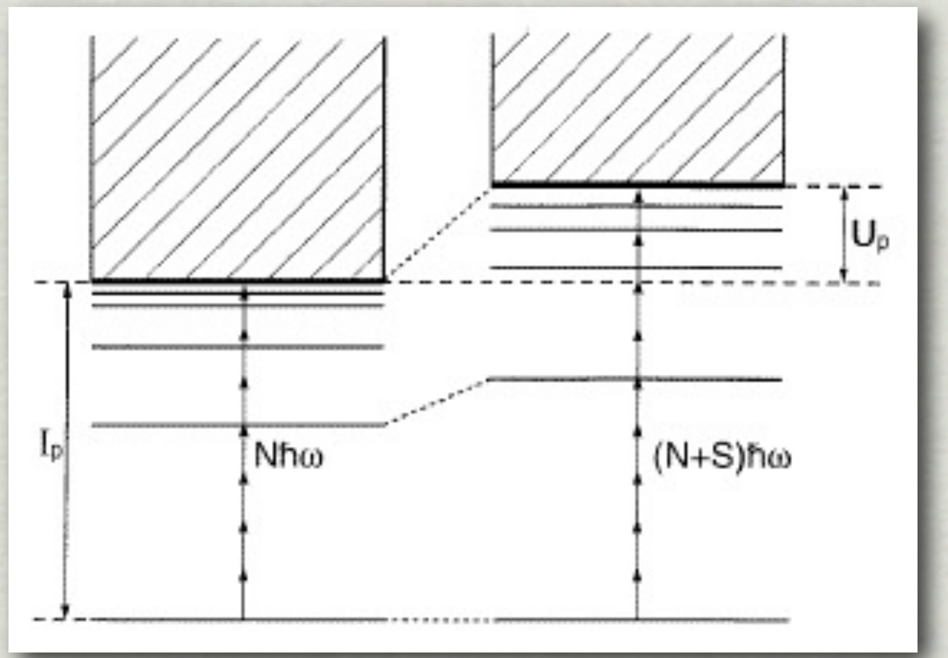
$$\frac{k^2}{2m} + U_p + I_p = n\hbar\omega$$

光電子の運動エネルギー

$$E_{\rm kin} = n\hbar\omega - I_p - U_p$$

$$E_{\mathrm{kin}} = n\hbar\omega - I_p - U_p$$





- トンネル電離の光電子スペクトルの離散的なピークは、光子の概念なしに説明できる。
  - 電子経路のサイクル間干渉による
  - 同じ方向への電子波束放出が、レーザー場の周期で起こるため
- ポンデロモーティブシフトが自然に出てくる

石川顕一

まとめ

強度 10^{13}〜10^{15} W/cm^{2}のレーザー場中のイオン化

- 超閾電離(Above-threshold ionization, ATI)
  - 必要以上の光子を吸収してイオン化する過程（光子の観点）
- トンネル電離
  - トンネル効果によるイオン化（電磁波の観点）

- 光電子スペクトルは離散的なピークからなる
  - free-free遷移による光子の吸収（原子物理の観点）
  - トンネル電離で周期的に出てくる電子波束の干渉