

2018年（平成30年）11月27日

次世代のスパコン設計を模した 40 万頂点数の巨大グラフを発見

通信遅延の大幅な低下などの実用に期待

～効率的なスパコン設計につながるグラフ発見を競うコンペ「グラフ ゴルフ」で～

大学共同利用機関法人 情報・システム研究機構 国立情報学研究所（NII、所長：喜連川 優、東京都千代田区）は、複雑なネットワーク構成をスイッチ間の接続関係を表す簡単なグラフ^{(*)1}に抽象化し、より単純な構成のグラフの発見を競うコンペティション「グラフ ゴルフ」^{(*)2}で優れたグラフを発見した3名の個人と1チームを、本日11月27日、岐阜県高山市で開催された国際シンポジウム「CANDAR2018」^{(*)3}で表彰しました。これらのグラフは、効率的なプロセッサコア間の通信や、スーパーコンピュータ（スパコン）の超並列計算の最長通信時間の最小化、次世代のスパコン設計の通信遅延の低下など、性能向上への応用が期待されます。また今回、表彰者の一人である北須賀 輝明が発見した4つのグラフが、グラフ理論分野において著名な問題とされてきた次数直径問題の最大グラフ^{(*)4}の記録更新になるという新たな展開が生まれ、グラフに関する理論分野にも貢献しています。

最近のコンピュータは大規模で複雑になってきており、特にスパコンでは1千万以上のプロセッサコア（以降、コアと表記）が接続されるものも登場しています。しかし、一つのコアに直接接続できるコアには制限があることから、コア間のネットワーク構成を工夫して膨大な数のコアを効率的に相互接続することが、スパコンの処理能力に大きく影響します。本コンペでは、スパコンの専門家でなくても参加ができるように、実際のスパコンのネットワークを抽象化した数学的なグラフに置き換えて、効率的なネットワーク構成の発見を競いました。

具体的にはコアに直結しているスイッチを「頂点」、コアとコアをつなぐ配線を「辺」とみなしたグラフとして、ネットワーク構成をモデル化しました。実際のスパコンのネットワーク設計では、スイッチあたりの接続コア数、ルーティング、スイッチング方式をはじめとする多くの検討項目がありますが、本モデルから対象ネットワーク構成の最短経路利用時のすべてのスイッチ間の通信遅延を見積ることができます。そして、問題設定で指定された頂点数と「次数」（一つの頂点から出る辺の数）で構成されるグラフの中で、一つの頂点から最も離れた頂点までの「ホップ数」（経路上の辺の数）および各頂点間のホップ数の平均値が最も小さいグラフの発見を競いました。このようなグラフをコンピュータで発見する単純な方法は、計算ツールを用いてすべてを列挙することですが、例えば、頂点数12、次数4のグラフは4,800億個もあり、現在の計算機の性能ではこれ以上大きな頂点数を扱うことは困難です。

第4回となる本コンペは5月～10月に実施し、国内外から239件の有効応募がありました^(*5)。その結果、優れたグラフを発見した中尾 昌広（理化学研究所計算科学研究センター）、小泉 透（東京大学）、EvbCFfp1XB（ユーザ名）の個人3名と、北須賀 輝明（広島大学）と飯田 全広（熊本大学）との連合チームを表彰しました。(1) 頂点数72、次数4の理想のグラフ、(2) 最も離れた頂点までのホップ数を最小にした頂点数3,019、次数30のグラフ、(3) 平均ホップ数が理論限界^(*6)に迫る頂点数40万の巨大グラフなど、実用上重要な発見が得られました。それぞれの特徴は以下の通りです。

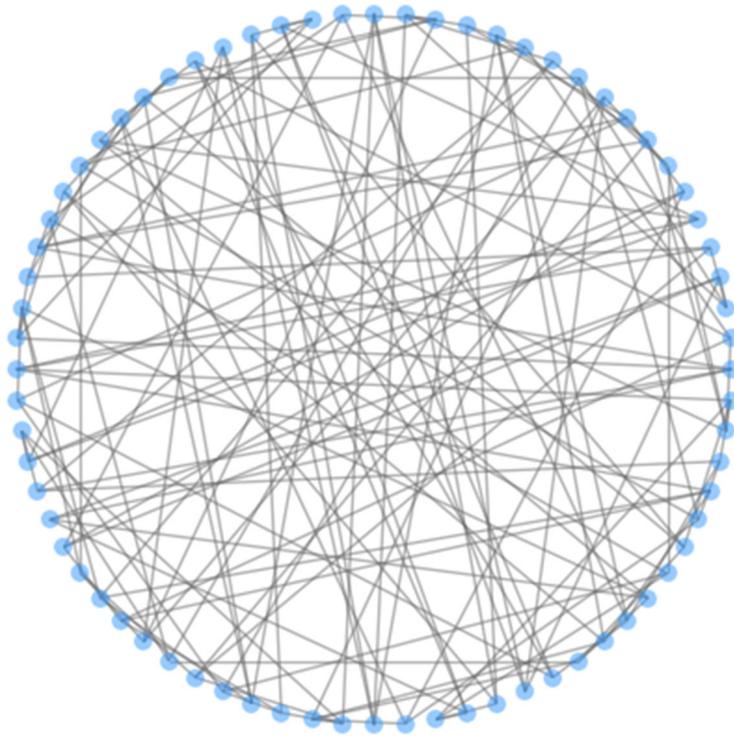
- (1) 実際のプロセッサチップ（それぞれが72コア搭載）の内部ネットワークを模したグラフ構成を出題し、各コアを頂点（72頂点）として、直径4、平均ホップ数3未満で効率的に接続できることが分かりました（3ページ図）。本グラフはチップ上にレイアウトした時に一部の配線が長くなる場合がありますが、先行研究成果から性能劣化なしでネットワークを動作させる技術があるため、効率的なプロセッサコア間の接続が実装可能であるといえます。
- (2) 実際のスパコンのネットワークを模した問題を出題し、最長ホップ数を最小にするネットワーク設計が可能であることが分かりました。スパコンの超並列計算のボトルネックとなることが多い最長通信時間を最小化できる可能性があります。
- (3) 次世代のスパコン設計は10万ノード以上（1ノードあたり100プロセッサコア以上）が想定されるため、本コンペでは初めて40万ノードのネットワーク構成を出題しました。今回の成果は、通信遅延を大幅に低下させることが期待できる巨大ネットワーク構成の解の一つを示した点で有益といえます。

これらのグラフは、効率的なプロセッサコア間の通信や、スパコンの超並列計算の最長通信時間の最小化、スパコン設計の通信遅延の低下など、実用への応用が期待されます。また今回、表彰者の北須賀 輝明が発見した4つのグラフが、グラフ理論分野の著名な問題である次数直径問題の最大グラフの記録更新になるという新たな展開が生まれ、理論分野の活性化にも貢献しています。

過去3回のコンペの各表彰者の方々の全面的なご協力により、グラフゴルフに関連した国内外のイベントでの発表資料をホームページ上にて公開（<http://research.nii.ac.jp/graphgolf/events.html>）することで、様々な優れたグラフの構成方法を分かりやすく解説しています。

「グラフ ゴルフ」の成果は、通信遅延を削減することを重視する最近のスパコンや計算機プロセッサチップのネットワーク構成の設計への直接的な利用が期待されています。本コンペは問題の条件設定を変えて今後も継続する予定で、グラフ（ネットワーク構成）のカタログを「Graph Bank」^(*7)に蓄積していくことで学术界や産業界に貢献していきます。（文中敬称略）

以上



図=頂点数 72、次数 4 の理想グラフ (中尾 昌広)

〈メディアの皆様からのお問い合わせ先〉

大学共同利用機関法人 情報・システム研究機構 国立情報学研究所

総務部企画課 広報チーム

TEL:03-4212-2164 E-mail : media@nii.ac.jp

-
- (*1) グラフ : 「頂点」と頂点間の連結関係を表す「辺」の集合で構成される型のこと。
 - (*2) 「グラフ ゴルフ」 : 専門家以外にもコンペを身近に感じてもらい、より多くの方の参加につなげるため、信号がコアを一つひとつ経由して流れていく様を、一打ずつショットを積み重ねて最少打数を競うゴルフになぞらえて命名。
 - (*3) 「CANDAR2018」 : CANDAR 2018: International Symposium on Computing and Networking. コンピューターシステムとネットワーク技術に関する国際シンポジウム (<http://is-candar.org/>)。
 - (*4) 与えられた最大次数と直径に対して頂点数が最大となるグラフを発見するオープン問題。グラフゴルフの出題と関連する問題で、次数直径問題の既知の最大グラフは以下で公開される。
http://combinatoricswiki.org/wiki/The_Degree_Diameter_Problem_for_General_Graphs
https://en.wikipedia.org/wiki/Table_of_the_largest_known_graphs_of_a_given_diameter_and_maximal_degree
今回、北須賀が発見したグラフは (次数、直径、頂点数) = (10、4、2,394)、(11、5、20,468)、(6、8、80,050)、(8、7、137,745) の 4 つであり、従来の最大グラフの頂点数は各々 2,286、19,500、76,461、131,137 であった。この 4 つのグラフは <http://research.nii.ac.jp/graphgolf/ranking.html> からダウンロード可能。
 - (*5) 2017 年 3 月 16 日付ニュースリリース「効率的なネットワーク構成を示すグラフ発見を競うコンペを今年も開催 / スパコン内の CPU、あなたならどう接続しますか?」(<https://www.nii.ac.jp/news/release/2018/0516.html>)参照。
 - (*6) 「理論限界」 : ある頂点から n ホップで到達可能な頂点の数は次数の n 乗に比例する。この事実から求めた最大ホップ数の下限値を理論限界 (Moore Bound) と呼ぶ。しかし、Moore Bound を満たす理想的なグラフはほとんど発見されていない。
 - (*7) 「Graph Bank」 : 様々なグラフの構成情報や、直径、平均パス長などの特徴を蓄積したデータベース (<http://graphbank.org>)。