異なるアルゴリズムを同じ視点から眺めてみよう

機械学習の幾何的解釈

杉山研究室 ガラムカリ和

どんな研究？

アルゴリズム同士の関係を幾何的に捉えて，知見を得る．

研究内容

変換 $\theta_{ij} = \log a_{ij} - \log a_{i-1,j} - \log a_{i,j-1} + \log a_{i-1,j-1}$

行列の世界

$\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n\times n}$

各成分a_{ij}が行列を特徴づける

確率分布の世界

p_θ

パラメータθ_{ij}と

期待値η_{ij}で分布が決まる

$A_{ij} = \exp\left[\sum_{i' \le i,\, j' \le j} \theta_{i'j'}\right]$ 変換

Q.変換すると何が嬉しい？

A.行列に対する条件がθとηで簡単に記述できる！

例１ 行列の列和と行和を１に揃える（バランシング）

行列

Ask $\mathbf{u},\mathbf{v}$, *for*

$$\mathrm{daig}(\mathbf{u})\mathbf{A}\mathrm{diag}(\mathbf{v})\mathbf{1} = \mathbf{1}$$

$$\mathbf{1}_{ij} = 1$$

確率 Sugiyama, M., et al Tensor Balancing on Statistical Manifold,

$$\eta_{1j} \leftarrow \frac{n-j}{n}$$

例２ 任意の列を１列目の定数倍にする（1ランク近似）

行列

Ask $\mathbf{A}'$ *for*

$$\mathbf{A}' = \underset{\mathrm{rank}(\mathbf{A}')=1}{\mathrm{argmin}} |\mathbf{A} - \mathbf{A}'|$$

確率 Ghalamkari, K., et al,

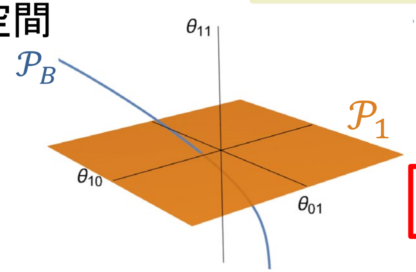
$$\theta_{ij} \leftarrow 0$$

$$(i,j) \in \{2,3,\cdots n\}^2$$

分かったこと

(θ, η)の空間でアルゴリズムを議論して，無関係に見える行列操作間の新しい視点を与える．

θ空間



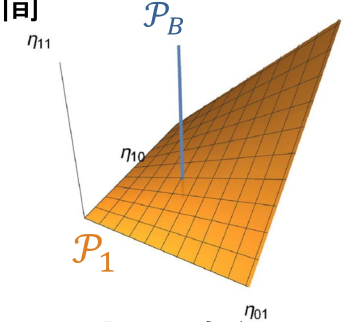
$\mathcal{P}_B$ バランシング行列が居る曲線

$\mathcal{P}_1$ 1ランクの行列が居る曲面

$\mathcal{P}_B \cap \mathcal{P}_1$ は一意に定まる．

(座標中の各点が行列に対応)

η空間



$\mathcal{P}_1$ では期待値が分解される

実は確率分布も独立分布の積に分解可能

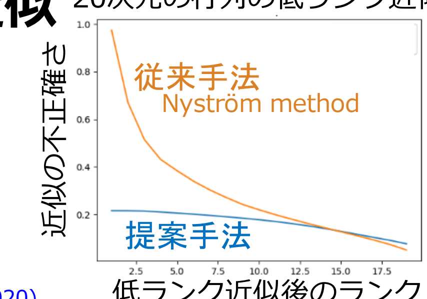
⇒物理学での**平均場近似**と関連

ルジャンドル低ランク近似

θ,η座標系の凸な特徴を応用した，

低ランク近似法を開発

20次元の行列の低ランク近似



詳細はこちら…

Rank Reduction, Matrix Balancing, and Mean-Field Approximation on Statistical Manifold (2020)